DM
DEPARTAMENTO
DE MATEMÁTICA
TÉCNICO LISBOA

Cálculo Diferencial e Integral III

1º Semestre 2026/27

Cursos: LEAmb, LEBiom, LEBiol, LEMat, LEQ

Teste 1 (Versão B)

20 de Outubro de 2026, 18h

Apresente todos os cálculos e justificações relevantes.
Duração: 60 min.

1. Determine a solução dos problemas de valor inicial, indicando os respectivos intervalos máximos de solução.

   (a) (15 %) $\dfrac{dz}{dt} + (\operatorname{cotg} t)\, z = \operatorname{cotg} t\,, \qquad z\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 2.$

   (b) (15 %) $\dfrac{dy}{dt} = \dfrac{1+y^2}{2}\,, \qquad y(0) = 0.$

2. (20 %) Resolva o problema de valor inicial

$$2t + y^5 + 5ty^4\, y' = 0 \quad , \quad y(1) = 1.$$

   Explicite a solução e determine o intervalo máximo de solução.

3. (20 %) Calcule o fluxo de

$$F(x,y,z) = \left(z^2 + \operatorname{sen}(y^2),\, -y,\, 2z + \operatorname{arctg}(x^2y^2)\right)$$

   através de $S = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : y^2 = x^2 + z^2 \text{ e } 0 < y < 3\right\}$ orientada pela normal unitária ν com componente y negativa.

4. (20 %) Use o teorema de Stokes para calcular

$$\iint_S \operatorname{rot} F \cdot \nu \, dS,$$

   onde $F(x,y,z) = (-x, 1-z, y)$ e S é a parte do plano $x + z = 2$ no interior do cilindro $y^2 + x^2 - 2x = 0$, orientada pela normal unitária com componente z positiva.

5. (10 %) Seja γ um caminho fechado e simples contido no plano $x + y + z = 1$ e percorrido no sentido directo quando visto do ponto $(0,0,-10)$, e S a superfície contida no mesmo plano cujo bordo é γ. Mostre que:

$$\int_\gamma \left(z,\, -x,\, \sqrt{3}\, y\right) \cdot d\gamma = -\text{Área}(S).$$