

## Cálculo Diferencial e Integral III

### 1º Semestre 2023/2024

#### Ficha de Problemas nº 5b (Aula Online)

#### Existência, Unicidade, Prolongamento, Comparação de Soluções e Parametrização de Superfícies

1. Estude os seguintes problemas de valor inicial quanto à existência de solução local. Utilizando o teorema de extensão de solução e o teorema de comparação de soluções, obtenha estimativas para os intervalos máximos de definição da solução.

$$(a) \begin{cases} \frac{dy}{dt} = \frac{1 + \cos^2(t - y)}{y} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} \frac{dy}{dt} = y^2(1 + t^2y) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

2. Sendo  $\alpha \in ]-2, 2[$ , considere o problema de valor inicial:

$$(e^y + 2y^2 + 10)y' = y^2 - 4, \quad y(0) = \alpha,$$

- (a) Mostre que o problema de valor inicial tem solução única definida numa vizinhança de  $t_0 = 0$ . Indique as soluções constantes do problema.
- (b) Para  $\alpha = 1$ , justifique que a solução do problema está definida em  $\mathbb{R}$  e determine o valor de  $\lim_{t \rightarrow -\infty} y(t)$ .
3. Determine uma representação paramétrica das superfícies abaixo descritas.
- (a) O plano que passa pelo ponto  $(0, 0, 1)$  e contém os vectores  $(1, 0, -1)$  e  $(0, 2, 2)$ .
- (b) A porção do cilindro  $x^2 + z^2 = 4$  que se encontra entre os planos  $y = -2$  e  $y = 3$ .
- (c) A porção no primeiro octante do parabolóide  $z = 2x^2 + 2y^2$  abaixo do plano  $z = 8$ .
- (d) A parte do plano  $z = \frac{x\sqrt{3} + 1}{2}$  no interior do cone  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ .