

## Cálculo Diferencial e Integral III

### 1º Semestre 2023/2024

#### Ficha de Problemas nº 5 (Aula Online)

#### Equações Lineares de Ordem $n$ (Caso não Homogéneo) e Existência, Unicidade, Prolongamento e Comparação de soluções

1. Determine a solução geral de cada uma das equações:

$$(a) \quad y'' - 2y' + y = te^t \quad (b) \quad y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{1 + e^t}$$

2. Resolva o problema de valor inicial:

$$y''' + y'' = 6t \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = y''(0) = 0.$$

3. Esboce o campo de direcções e trace os respectivos tipos de soluções da equação diferencial:

$$y' = y(1 - y^2)$$

4. Mostre que existe uma solução de classe  $C^1$  para o problema de valor inicial

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = 6t\sqrt[3]{y^2} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

diferente da solução nula. Explique porque não há contradição com o teorema de Picard.

5. Estude o problema de valor inicial

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = \frac{2}{(e^t + 1)^2 + y^2} \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

quanto à existência de solução local. Utilizando o teorema de extensão de solução e o teorema de comparação de soluções, obtenha estimativas para os intervalos máximos de definição da solução.