

Cálculo Diferencial e Integral III

1º Semestre 2023/2024

Ficha de Problemas nº 3 (aula online)

Equações Diferenciais de Ordem n (Caso Homogéneo) e Equações Vectoriais de 1ª Ordem (Caso Homogéneo)

1. Determine a solução geral de cada uma das equações:

(a) $y^{(4)} - 3y^{(3)} + 2y^{(2)} = 0$ (b) $D(D^2 + 8D + 17)^2(D + 1)^3y = 0$

2. Resolva os problemas de valor inicial:

(a) $y''' - 7y' + 6y = 0$ verificando $y(0) = 1$ e $y'(0) = y''(0) = 0$

(b) $y''' + 3y'' + 3y' + y = 0$ verificando $y(0) = 7$, $y'(0) = -7$, $y''(0) = 11$

3. Escreva um problema de valor inicial correspondente a uma equação diferencial linear homogénea de terceira ordem cuja solução é

$$y(t) = e^t - 2e^{-2t} + 5te^{-2t}$$

4. Determine a solução geral dos sistemas:

(a)
$$\begin{cases} x' = x - y \\ y' = x + y \end{cases}$$

(b)
$$\begin{cases} x' = y \\ y' = z \\ z' = -2x + y + 2z \end{cases}$$

5. Resolva o problema de valor inicial $\mathbf{X}' = A\mathbf{X}$, $\mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0$, onde:

(a) $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{X}(0) = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

(b) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{X}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$