

## Cálculo Diferencial e Integral 2

### Respostas à Ficha de Trabalho 4

1. (a)  $\nabla f(x, y) = \left( \arctan y, \frac{x}{1+y^2} \right);$   
$$Hf(x, y) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{1+y^2} \\ \frac{1}{1+y^2} & -\frac{2xy}{(1+y^2)^2} \end{bmatrix}.$$
- (b)  $\nabla g(x, y, z) = \left( \frac{1}{x}, \frac{1}{y}, e^z \right);$   
$$Hg(x, y, z) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{x^2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{y^2} & 0 \\ 0 & 0 & e^z \end{bmatrix}.$$
4.  $P_2(x, y) = e + e(x - 1) + \frac{e}{2}(x - 1)^2 - \frac{e}{2}y^2.$
5. (a) Ponto de sela em  $(0, 0).$   
(b) Ponto de mínimo em  $(0, 0),$  ponto de sela em  $(2, 0).$   
(c) Ponto de sela em  $(1, -1).$   
(d) Ponto de mínimo em  $(1, 1).$   
(e) Ponto de sela em  $(0, 0).$   
(f) Ponto de sela em  $(0, 0).$   
(g) Pontos de mínimo em  $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  e  $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2});$  ponto de sela em  $(0, 0).$   
(h) Ponto de sela em  $(-1, 0, 1).$   
(i) Pontos de mínimo em  $(0, -1, 0)$  e  $(2, -1, 0);$  ponto de sela em  $(1, -1, 0).$   
(j) Pontos de máximo em  $(2k\pi, 0, 0)$  com  $k \in \mathbb{Z};$  pontos de mínimo em  $(\pi + 2k\pi, 0, 0)$  com  $k \in \mathbb{Z}.$
6. Ponto de mínimo global em  $(0, 0, 0);$  pontos de máximo global em  $(a, b, c)$  com  $a^2 + b^2 + c^2 = 1.$
7.  $a < 0:$  Ponto de máximo em  $(0, 0),$  pontos de sela em  $(\pm 1, 0).$   
 $a = 0:$  Ponto de máximo em  $(0, 0),$  pontos de sela em  $(\pm 1, 0).$   
 $a > 0:$  Ponto de sela em  $(0, 0),$  pontos de mínimo em  $(\pm 1, 0),$  pontos de máximo em  $(0, \pm\sqrt{a}),$  pontos de sela em  $(\pm 1, \pm\sqrt{a}).$