DM
DEPARTAMENTO
DE MATEMÁTICA
TÉCNICO LISBOA

Cálculo Diferencial e Integral 2
Respostas à Ficha de Trabalho 2

1. (a) $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{2x}{x^2+y^2}$; $\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{2y}{x^2+y^2}$.

   (b) $\frac{\partial g}{\partial x} = -\frac{y}{x^2}$; $\frac{\partial g}{\partial y} = \frac{1}{x}$.

2. (a) $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 0$; $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 1$.

   (b) $\frac{\partial g}{\partial x}(0,0) = 0$; $\frac{\partial g}{\partial y}(0,0)$ não existe.

3. (a) $\begin{bmatrix} y & x \\ \frac{1}{x} & \frac{1}{y} \end{bmatrix}$

   (b) $\begin{bmatrix} \frac{y}{2\sqrt{xy}} & \frac{x}{2\sqrt{xy}} & 0 \\ 0 & ze^{yz} & ye^{yz} \end{bmatrix}$

   (c) $\begin{bmatrix} 0 & 2y & 0 \\ z & -1 & x \\ y & x & 1 \end{bmatrix}$

   (d) $\begin{bmatrix} -yz & -xz+2y & -xy+2 \end{bmatrix}$

   (e) $\begin{bmatrix} 3t^2 \\ -e^{-t} \\ -\frac{1}{t^2} \end{bmatrix}$

4. (a) 2

   (b) e

5. $(1, -\dfrac{8}{5})$ por exemplo.

6. Basta ver que $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$, $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{|f(x,y)|}{\sqrt{x^2+y^2}} = 0$.

7. Apenas a função h é diferenciável na origem.

8. (a) $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,1) = 1$, $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,1) = 0$

   (b) 2

(c) $\frac{18}{13}$

9. Ver exercício 3(f) da Ficha 1.

10. (a) A função é contínua em $(0,0)$.

    (b) $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0.$

    (c) $Df(0,0) \cdot v = 0$, para $v = (v_1, v_2) \in \mathbb{R}^2$.

    (d) $\frac{\partial f}{\partial v}(0,0) = 0$, para $v = (v_1, v_2) \in \mathbb{R}^2$.

    (e) f não é diferenciável na origem.