

## Cálculo Diferencial e Integral 2

### Respostas à Ficha de Trabalho 1

1. (a) Interior:  $]0, \pi[$ ; Exterior:  $] -\infty, 0[ \cup ]\pi, +\infty[$ ; Fronteira:  $\{0, \pi\}$ ; Fecho:  $[0, \pi]$ . O conjunto é aberto, não é fechado, é limitado e não é compacto.
  - (b) Interior:  $\emptyset$ ; Exterior:  $] -\infty, 0[ \cup ]1, +\infty[$ ; Fronteira = Fecho =  $[0, 1]$ . O conjunto não é aberto nem fechado, é limitado e não é compacto.
  - (c) Interior:  $\emptyset$ ; Exterior:  $\emptyset$ ; Fronteira = Fecho =  $\mathbb{R}$ . O conjunto não é aberto nem fechado, não é limitado e não é compacto.
  - (d) Interior:  $\{(x, y) : |x| + |y| < 1\}$ ; Exterior:  $\{(x, y) : |x| + |y| > 1\}$ ; Fronteira:  $\{(x, y) : |x| + |y| = 1\}$ ; Fecho:  $\{(x, y) : |x| + |y| \leq 1\}$ . O conjunto não é aberto, é fechado, é limitado e é compacto.
  - (e) Interior:  $\{(x, y) : (x > 0 \text{ e } 0 < y < \frac{1}{x}) \text{ ou } (x < 0 \text{ e } \frac{1}{x} < y < 0)\}$ ; Exterior:  $\{(x, y) : (x > 0 \text{ e } (y < 0 \text{ ou } y > \frac{1}{x})) \text{ ou } (x < 0 \text{ e } (y > 0 \text{ ou } y < \frac{1}{x}))\}$ ; Fronteira:  $\{(x, y) : x = 0 \text{ ou } y = 0 \text{ ou } xy = 1\}$ ; Fecho:  $\{(x, y) : (x > 0 \text{ e } (0 \leq y \leq \frac{1}{x})) \text{ ou } (x < 0 \text{ e } (\frac{1}{x} \leq y \leq 0)) \text{ ou } x = 0 \text{ ou } y = 0\}$ . O conjunto não é aberto, não é fechado, não é limitado e não é compacto.
  - (f) Interior:  $\{(x, y, z) : x^2 + y^2 < z < 1\}$ ; Exterior:  $\{(x, y, z) : x^2 + y^2 > z \text{ ou } z > 1\}$ ; Fronteira:  $\{(x, y, z) : (z = x^2 + y^2 \text{ e } z \leq 1) \text{ ou } (z = 1 \text{ e } x^2 + y^2 \leq 1)\}$ ; Fecho:  $\{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq z \leq 1\}$ . O conjunto não é aberto, não é fechado, é limitado e não é compacto.
  - (g) Interior:  $\emptyset$ ; Exterior:  $\{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 > 1 \text{ ou } y \neq x\}$ ; Fronteira = Fecho =  $\{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \text{ e } y = x\}$ . O conjunto não é aberto, é fechado, limitado e compacto.
  - (h) Interior:  $\emptyset$ ; Exterior:  $\emptyset$ ; Fronteira = Fecho =  $\mathbb{R}^2$ . O conjunto não é aberto nem fechado, não é limitado e não é compacto.
  - (i) Interior:  $\emptyset$ ; Exterior:  $\mathbb{R}^2 \setminus \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = \sin x; x \geq 0\}$ ; Fronteira = Fecho =  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = \sin x; x \geq 0\}$ . O conjunto não é aberto, não é fechado, não é limitado e não é compacto.
  - (j) Interior:  $\emptyset$ ; Exterior:  $\mathbb{R}^2 \setminus \{\text{pontos fronteiros}\}$ ; Fronteira = Fecho =  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x \leq 1; y = \sin(\frac{1}{x})\} \cup \{(0, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq y \leq 1\}$ . O conjunto não é aberto, não é fechado, é limitado e não é compacto.
2. (a) O limite é 0.
  - (b) O limite é 0.

- (c) O limite não existe.
  - (d) O limite é 0.
  - (e) O limite é 0.
  - (f) O limite não existe.
  - (g) O limite não existe.
  - (h) O limite é 0.
3. (a) A função é contínua em  $\mathbb{R}^2$ .
- (b) A função é contínua em  $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ .
- (c) A função é contínua em  $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ .
- (d) A função é contínua em  $\mathbb{R}^2$ .
- (e) A função é contínua em  $\mathbb{R}^2$ .
- (f) A função é contínua em  $\mathbb{R}^2 \setminus \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = x^2\}$ .
4. A função  $f$  não é necessariamente contínua em  $(0, 0)$  — ver exercício 3(f).
5. A função  $f$  não é necessariamente contínua em  $(0, 0)$  — ver exercício 3(f).