

Cálculo Diferencial e Integral - III

Problemas propostos

Semana 5 - 2 a 8 de Outubro de 2025

1. Para cada uma das seguintes equações diferenciais, esboce o campo de direcções e trace os respectivos tipos de soluções .

a) $y' = (2 - y)(y - 1)$, b) $y' = y(1 - y^2)$,

c) $y' = \sin(y - t)$, d) $y' = \frac{y + t}{y - t}$,

e) $y' = t^2 + y^2$, f) $y' = \frac{ty}{1 + t^2}$.

2. Determine todas as soluções das seguintes equações diferenciais ordinárias lineares.

a) $\frac{dy}{dt} = \frac{ty}{1 + t^2}$

b) $\frac{dy}{dt} = -ye^t$

c) $\frac{dy}{dx} + y = 2 + 2x$

d) $\psi' = \psi - t$

e) $x \frac{dy}{dx} + 2y = (x - 2)e^x$

f) $\frac{di}{dt} - 6i = 10 \sin(2t)$

g) $\frac{dy}{dt} = y \left(\frac{1}{t} - \tan t \right) + t \cos t$

h) $(1 + y^2) \frac{dx}{dy} = \arctan y - x$

3. Determine as soluções dos seguintes problemas de Cauchy

a) $xy' = 2y + x^3e^x$, $y(1) = 0$,

b) $\frac{dv}{du} + \frac{2u}{1 + u^2}v - \frac{1}{1 + u^2} = 0$, $v(0) = 1$.

c) $\begin{cases} x' + h(t)x - t = 0, \\ x(-1) = 2 \end{cases}$, com $h(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < 0 \\ t & \text{se } t \geq 0 \end{cases}$

4. De acordo com a lei de arrefecimento de Newton, a taxa de arrefecimento de uma substância numa corrente de ar, é proporcional à diferença entre a temperatura da substância e a do ar. Assumindo que a temperatura do ar é 30° e que a substância arrefece de 100° para 70° em 15m, determine o tempo que a substância demora a atingir a temperatura de 40° .