

Cálculo Diferencial e Integral - III

1º Semestre 2025/2026

3º TESTE - VERSÃO A

7 DE JANEIRO DE 2026

CURSOS: LMAC E LEFT

INSTRUÇÕES

- As respostas devem ser escritas a caneta. Testes a lápis não permitem revisão de prova.
 - Não é permitida a utilização de quaisquer elementos de consulta nem de equipamentos electrónicos, incluindo máquinas de calcular
 - A utilização de telemóveis/smartphones é totalmente proibida. Devem estar desligados e arrumados durante toda a duração da prova.
 - Justifique as suas respostas e apresente todos os cálculos.
 - Classificação de 0 a 20.
 - Duração: 45 minutos.
-
-

1. Considere a equação diferencial parcial

$$(t^2 + 1) \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - u + \sin\left(\frac{x}{2}\right), \quad x \in]0, \pi[, \quad t > 0,$$

com condições de fronteira

$$u(0, t) = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial u}{\partial x}(\pi, t) = 0, \quad \text{para todo o } t > 0.$$

[4,0 val]

(a) Determine uma solução particular não homogénea da equação, que seja apenas função de x , e que satisfaça as condições de fronteira dadas.

[6,0 val]

(b) Use o método de separação de variáveis para, juntamente com o resultado obtido na alínea anterior, escrever a forma geral das soluções da EDP com as condições de fronteira dadas.

2. Considere a matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 6 \end{bmatrix}.$$

[5,0 val]

(a) Determine a matriz e^{At} .

[5,0 val]

(b) Resolva o problema de valor inicial $\mathbf{y}' = \mathbf{A}\mathbf{y} + \mathbf{b}(t)$, $\mathbf{y}(0) = (0, 0, 1, 2)$, com $\mathbf{b}(t) = (0, 3e^{6t}, 0, 0)$.