TGIAF TPC #11 (PARA ENTREGAR)

Aula de 9 de Maio (Teorema de Hahn-Banach, topologia fraca):

Exercício 1. *Sejam E, F espaços normados, $f : E \to F$ uma função contínua (não necessariamente linear) tal que para qualquer $x_0 \in E$,*

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\|f(x) - f(x_0)\|}{\|x - x_0\|} = 0$$

Mostre que f é constante. Sugestão: considere primeiro o caso $E = \mathbb{R}$.

Exercício 2. *Seja E um espaço normado, $V \subset E$ um subespaço. Mostre que V é fechado sse V é fechado na topologia fraca.*

Aula de 11 de Maio (Grupo fundamental, espaços de revestimento):

Exercício p335 #7. Para a definição de grupo topológico ver p145.

Exercício 3. *Mostre que as definições de espaço de revestimento do livro e da aula são equivalentes. Isto é, dada uma função $p : E \to X$ e um espaço discreto F, são equivalentes*

(1) *Para todo o $x \in X$ existe um $U \in \mathcal{V}_x$ e um homeomorfismo $\phi : U \times F \to p^{-1}(U)$ tal que $p \circ \phi$ é a projecção $U \times F \to U$.*
(2) *Para todo o $x \in X$ existe um $U \in \mathcal{V}_x$ tal que $p^{-1}(U)$ pode ser escrito como a união disjunta de abertos $\{V_\alpha\}_{\alpha \in F}$ de E, tal que para cada $\alpha \in F$, $p|_{V_\alpha} : V_\alpha \to U$ é um homeomorfismo.*