

I. Lógica

Implicações

1.

$$(a) x > -1 \Rightarrow x > -2, x < 1 \Rightarrow x < 2$$

$$(b) x < 0 \Rightarrow x \leq 0 \Leftarrow x = 0 \Rightarrow x \geq 0 \Leftarrow x > 0$$

2.

$$(a) \Leftrightarrow \qquad \qquad \qquad (b) \Rightarrow$$

3. $a \Leftrightarrow e, b \Leftrightarrow h, c \Leftrightarrow g, d \Leftrightarrow f$

4.

$$(a) \text{ Não} \qquad (b) \Rightarrow \qquad (c) \Rightarrow \qquad (d) \text{ Não} \qquad (e) \Leftrightarrow$$

5.

$$(a) \text{ Não} \qquad (b) \Rightarrow \qquad (c) \Rightarrow \qquad (d) \text{ Não} \qquad (e) \Rightarrow$$

6. $x = 1$

7. (a) Sugestão: $x^6 \geq 0$.

(b) Está contido em $] -1, 1[$.

8. V. Negação: $\exists x \in \mathbb{R} : x \neq 0 \wedge x^2 \leq 0$. Recíproco: $\forall x \in \mathbb{R} x^2 > 0 \Rightarrow x \neq 0$, que é verdade. Contrarecíproco: $\forall x \in \mathbb{R} x^2 \leq 0 \Rightarrow x = 0$.

Quantificadores

9. (a) (i) $\forall a \in \mathbb{R} \exists x \in \mathbb{R} : a + x^2 = 0$

(ii) $\exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} x > y$

(b) Não

(c) (i) $\exists a \in \mathbb{R} \forall x \in \mathbb{R} a + x^2 \neq 0$. (ii) $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} : x \leq y$.

10. (a) Sugestão: n é ímpar se e só se $n = 2k - 1$ para algum número natural k .

(b)

(c) Sugestão: contrarecíproco

11. (a) V. Por exemplo, $y = x + 1$

(b) F

12. (a) V

(b) V

(c) F

13. (a) V

(b) F

(c) F

14. V

15.* (a) V

(b) F

(c) V

II. Revisões

Funções racionais

1.

- | | |
|---------------------------------|---|
| (a) $-2 \leq x \leq 1$ | (b) $-1 < x < 0 \vee 0 < x < 2$ |
| (c) $x = 1 \vee x \geq 2$ | (d) $x < -1 \vee 0 \leq x < 1 \vee x > 1$ |
| (e) $x = 1 \vee x = -1$ | (f) $0 < x < 1 \vee x < -1$ |
| (g) $-1 \leq x \leq 1$ | (h) $x \leq 0 \vee x = 1$ |
| (i) $x > -1$ | (j) $x > 0$ |
| (k) $x < -7 \vee x > -3$ | (l) $x < -3 \vee -2 \leq x \leq -\frac{1}{2}$ |
| (m) $-2 < x < 0 \vee 0 < x < 1$ | (n) $-3 \leq x < -2 \vee 2 < x \leq 3$ |

2.

- | | |
|-----------------------|--|
| (a) $x^2/4, x \neq 0$ | (b) $xy, x, y \neq 0, x \neq -y$ |
| (c) $1/x, x \neq -1$ | (d) $\frac{2(x-3)}{(x-1)(x+1)}, x \neq -2$ |

3.

- (a) pos.: $0 < x < 4$, neg.: $x < 0 \vee x > 4$, zeros: 4
(b) pos.: $x < 0 \vee x > 1$, neg.: $0 < x \leq 1$, zeros: 1
(c) pos.: $x > 0$, neg.: $x > 0$, zeros: \emptyset
(d) pos.: $x < -\sqrt{2} \vee 0 < x < \sqrt{2}$, neg.: $-\sqrt{2} < x < 0 \vee x > \sqrt{2}$, zeros: $\pm \sqrt{2}$

4.

Exponenciais e factoriais

5.

- | | | | |
|---------------|------------------|--------------------------------------|-------|
| (a) 2^{n+2} | (b) $2^{n(n+2)}$ | (c) $\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$ | (d) 1 |
|---------------|------------------|--------------------------------------|-------|

6. Sugestão: Reduza ao mesmo denominador usando as propriedades do factorial.

7.

- | | |
|--|--|
| (a) $x^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}\right)$ | (b) $\frac{1}{x} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ |
|--|--|

Módulos

8.

- | | | |
|--|---|--|
| (a) $\begin{cases} 2x-1 & x \geq 1 \\ 1 & x < 1 \end{cases}$ | (b) $\begin{cases} x^2-4 & x \leq -2 \vee x \geq 2 \\ 4-x^2 & -2 < x < 2 \end{cases}$ | (c) $\begin{cases} 6 & x < 3 \\ 4x-6 & x \geq 3 \end{cases}$ |
|--|---|--|

9. Escreva sem usar módulos. Justifique.

$$\begin{array}{llll} \text{(a)} \frac{22}{7} - \frac{26}{9} & \text{(b)} 4 - \sqrt{13} & \text{(c)} \sqrt[3]{9} - 2 & \text{(d)} 9 - e^2 \\ \text{(e)} \pi^2 - 9 & \text{(f)} -\cos 2 & \text{(g)} \operatorname{sen} 3 & \text{(h)} -\tan 2 \end{array}$$

10. $-2 < x < -1$

11.

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} x < 0 & \text{(b)} x \geq 2 \vee x \leq -\frac{2}{3} & \text{(c)} -2 \leq x \leq 2 \\ \text{(d)} -4 \leq x \leq 1 & \text{(e)} x \leq -2 \vee x = 1 \vee x \geq 2 & \text{(f)} -2 \leq x \leq -1 \vee 1 \leq x \leq 2 \\ \text{(g)} -2 \leq x < 1 \vee 1 < x \leq 2 & \text{(h)} -1 < x \leq 0 \vee x > 1 & \text{(i)} x \leq -1 \vee x = 0 \vee 1 \leq x < 3 \\ \text{(j)} x \leq 1 & \text{(k)} x = -1 \vee 0 \leq x \leq 2 & \text{(l)} -2 \leq x \leq 2 \\ \text{(m)} x < -1 \vee 0 < x < 1 \vee x > 2 & \text{(n)} -2 < x \leq 1 \vee x > 2 & \text{(o)} -1 < x < 1 \vee 3 < x < 5 \end{array}$$

12. (a) $-2, 1, 2, 4$

(b) $[-2, 1] \cup [2, 4]$.

13. $-\frac{1}{3}$. Sugestão: cuidado com o caso em que $2x + 2 < 0$.

14.* (a) Sugestão: considere separadamente os casos $a < b$ e $a \geq b$.

(b) Sugestão: $|x| \leq y \Leftrightarrow -y < x < y$

(c) Sugestão: desigualdade triangular.

(d)

Raízes

15.

$$\text{(a)} x = -4 \vee x = 2 \qquad \text{(b)} x = 1 \vee x = 2$$

16.

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} |x| & \text{(b)} x, x \geq 0 & \text{(c)} \sqrt{x^2 - 4}, x \geq 2 \\ \text{(d)} \sqrt{x}, x \neq 0 & \text{(e)} \sqrt{x(x+1)} + x, x \geq 0 & \text{(f)} \sqrt{x}, x \neq 0 \end{array}$$

Logaritmos

17.

$$\text{(a)} 9 \qquad \text{(b)} 4 \qquad \text{(c)} 5 \qquad \text{(d)} 1/27$$

18.

$$\text{(a)} \ln 2 \qquad \text{(b)} \ln 6 \qquad \text{(c)} \ln(n!)$$

19.

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} 2 \ln(x^2 + x^{-2}) & \text{(b)} e^3 x^2, x > 0 & \text{(c)} x + \ln x \\ \text{(d)} x^2, x > 0 & \text{(e)} \ln x & \end{array}$$