EXERCÍCIOS PARA O QUINTO MINITESTE

Exercício I. *Calcule, usando o método dos multiplicadores de Lagrange, os valores máximo e mínimo das seguintes funções nas curvas indicadas:*

$$(1)\ f(x,y) = 2x + y \text{ na curva } x^2 + y^2 = 1$$

$$(2)\ f(x,y) = x + y \text{ na curva } x^2 + 4y^2 = 1$$

$$(3)\ f(x,y) = xy \text{ na curva } 4x^2 + 9y^2 = 36$$

$$(4)\ f(x,y) = 4xy \text{ na curva } x^2 + 4y^2 = 4$$

Exercício II. *Resolva cada um dos seguintes exercícios assumindo que pode utilizar a regra da cadeia.*

(1) *Seja* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ *definida por* $f(u,v) = \operatorname{arctg}(u^2 + v)$, $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$. *Calcule a matriz jacobiana de* $f \circ g$ *em* $(0,0,0)$ *sabendo que neste ponto* $g = (1,2)$, $Dg_1 = 2\Delta x + 3\Delta y + \Delta z$ *e* $Dg_2 = \Delta x - \Delta y + \Delta z$.

(2) *Seja* $g : D \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ *a função definida por*

$$g(x,y) = \frac{2y}{x(y-1)}$$

e seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ *uma função cuja matriz jacobiana num ponto* t *arbitrário é dada por* $Jf = \begin{bmatrix} 1 \\ 2e^{2t} \end{bmatrix}$.*Calcule a matriz jacobiana de* $f \circ g$ *no ponto* $(1,0)$.

(3) *Seja* $g : D \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ *uma função cuja matriz jacobiana num ponto arbitrário* (x,y) *é dada por*

$$Jg = \begin{bmatrix} \frac{y^2-x^2}{(x^2+y^2)^2} & -\frac{2xy}{(x^2+y^2)^2} \\ \frac{2x}{x^2+y^2-2} & \frac{2y}{x^2+y^2-2} \end{bmatrix}$$

e seja $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ *a função definida por* $f(x,y) = x \operatorname{arctg}(xy)$. *Calcule* $\overrightarrow{\nabla(f \circ g)}$ *no ponto* $(1,0)$ *sabendo que* $g(1,0) = (1,0)$.