

## PROBLEMAS PARA A AULA PRÁTICA, SEMANA 9

**Exercício 1.** Qual o ponto da superfície  $xyz = 8$  no primeiro octante ( $x, y, z > 0$ ) mais próximo da origem? Sugestão: escreva a distância à origem como função de  $x$  e de  $y$  e minimize esta função.

**Exercício 2.** Queremos construir um aquário rectangular com volume  $24000 \text{ cm}^3$ . Sabendo que o material para o fundo custa 28 centimos por  $\text{cm}^2$ , o vidro para as 4 paredes custa 5 centimos por  $\text{cm}^2$  e o material para a tampa custa 2 centimos por  $\text{cm}^2$ , quais as dimensões do aquário que minimizam o custo?

**Exercício 3.** Qual o ponto do plano cuja soma das distâncias aos pontos  $(0, 1)$ ,  $(0, 0)$  e  $(2, 0)$  é mínima?

**Exercício 4.** Um arame de 120cm é cortado em 3 ou menos bocados. Cada bocado é dobrado na forma dum quadrado. Como deve o arame ser cortado para maximizar a área total destes quadrados?

**Exercício 5.** Para cada uma das seguintes funções, use a derivada  $Df$  e o valor  $f(P)$  para aproximar  $f(Q)$ :

- (1)  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ ;  $P = (3, 4)$ ,  $Q = (2.97, 4.04)$
- (2)  $f(x, y) = \frac{1}{1+x+y}$ ;  $P = (3, 6)$ ,  $Q = (3.02, 6.05)$
- (3)  $f(x, y, z) = e^{-xyz}$ ;  $P = (1, 0, -2)$ ,  $Q = (1.02, 0.03, -2.02)$

**Exercício 6.** Use a fórmula de Taylor para aproximar

- (1)  $(\sqrt{15} + \sqrt{99})^2$
- (2)  $(\sqrt{26}) (\sqrt[3]{28}) (\sqrt[4]{17})$
- (3)  $e^{0.4} = \exp(1.1^2 - 0.9^2)$
- (4)  $\frac{\sqrt[3]{25}}{\sqrt[5]{30}}$
- (5)  $\sqrt{(3.1)^2 + (4.2)^2 + (11.7)^2}$
- (6)  $\sqrt[3]{(5.1)^2 + 2 \cdot (5.2)^2 + 2 \cdot (5.3)^2}$

**Exercício 7.** Dois dos lados dum terreno triangular foram medidos chegando-se aos seguintes valores para o seu comprimento:  $a = 500\text{m}$ ,  $b = 700\text{m}$  com um erro inferior a 30cm em cada medição. O ângulo entre estes dois lados foi medido e chegou-se ao valor  $\theta = 30^\circ$  com um erro inferior a  $0.25^\circ$ . Estime, usando derivadas, o erro máximo no cálculo da área do terreno (a área dum triângulo pode ser calculada pela fórmula  $A = \frac{1}{2}ab \sin \theta$ ).

**Exercício 8.** Calcule, usando a regra da cadeia, a derivada  $\frac{d}{dt} f \circ \gamma$  em que

- (1)  $f(x, y) = e^{-x^2 - y^2}$  e  $\gamma(t) = (t, \sqrt{t})$
- (2)  $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}$  e  $\gamma(t) = (\cos(2t), \sin(2t))$
- (3)  $f(x, y, z) = \sin(xyz)$  e  $\gamma(t) = (t, t^2, t^3)$
- (4)  $f(x, y, z) = \log(x + y + z)$  e  $\gamma(t) = (\cos^2 t, \sin^2 t, t^2)$