

## PROBLEMAS PARA A AULA PRÁTICA, SEMANA 8

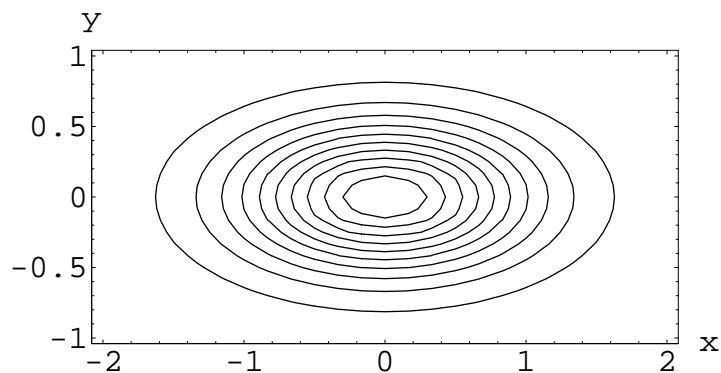
**Exercício 1.** Esboce o gráfico das seguintes funções:

- (1)  $f(x, y) = x + y$
- (2)  $f(x, y) = x^2 + y^2$
- (3)  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$
- (4)  $f(x, y) = 10 - \sqrt{x^2 + y^2}$

**Exercício 2.** Esboce algumas curvas de nível das seguintes funções:

- (1)  $f(x, y) = x - y$
- (2)  $f(x, y) = x^2 - y^2$
- (3)  $f(x, y) = x^2 + 4y^2$
- (4)  $f(x, y) = y - x^3$
- (5)  $f(x, y) = y - \cos x$
- (6)  $f(x, y) = e^{-x^2 - y^2}$
- (7)  $f(x, y) = \frac{1}{1 + x^2 + y^2}$

**Exercício 3.** A seguinte figura representa as curvas de nível duma certa função  $f(x, y)$ , com um máximo na origem e decrescendo com a distância à origem:



Para cada uma das seguintes curvas  $\gamma$  faça um esboço do gráfico de  $f \circ \gamma$ :

- (1)  $\gamma(t) = (1, t)$
- (2)  $\gamma(t) = (0, t)$
- (3)  $\gamma(t) = (t, 0)$
- (4)  $\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$
- (5)  $\gamma(t) = (t, \sin(2\pi t))$

**Exercício 4.** Calcule as derivadas parciais de primeira ordem das seguintes funções, e diga em que casos elas são contínuas no ponto  $(x, y) = (0, 0)$ :

(1)  $f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$  para  $(x, y) \neq (0, 0)$ ,  $f(0, 0) = 0$ .

(2)  $f(x, y) = \frac{xy^2}{x^2 + y^2}$  para  $(x, y) \neq (0, 0)$ ,  $f(0, 0) = 0$ .

(3)  $f(x, y) = \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2}$  para  $(x, y) \neq (0, 0)$ ,  $f(0, 0) = 0$ .

(4)  $f(x, y) = \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2}$  para  $(x, y) \neq (0, 0)$ ,  $f(0, 0) = 0$ .

(5)  $f(x, y) = \frac{x^4 + y^4}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$  para  $(x, y) \neq (0, 0)$ ,  $f(0, 0) = 0$ .

(6)  $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$  para  $(x, y) \neq (0, 0)$ ,  $f(0, 0) = 0$ .

**Exercício 5.** Faça corresponder, a cada uma das seguintes funções

(1)  $|x| + |y|$

(2)  $|xy|$

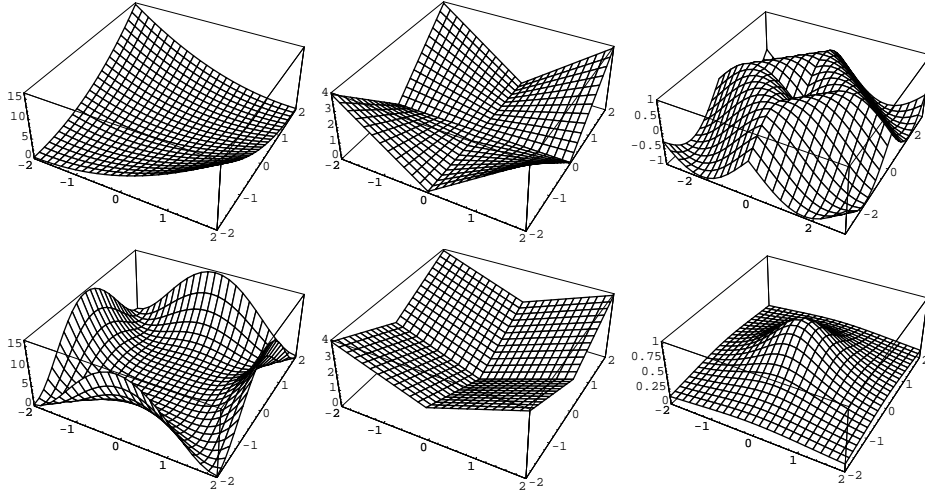
(3)  $\frac{1}{1 + x^2 + y^2}$

(4)  $(x^2 - y^2)^2$

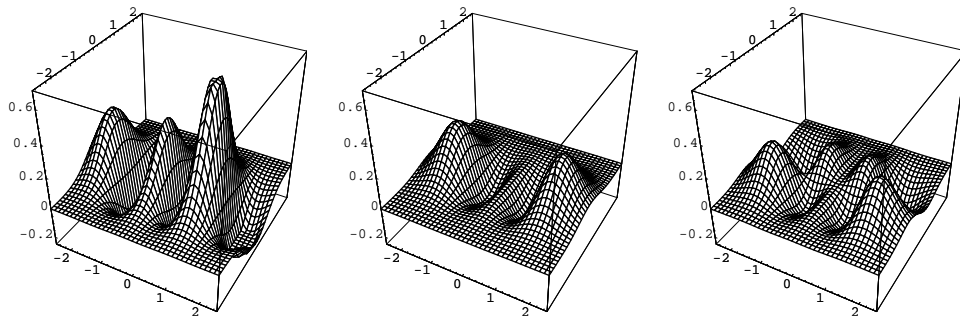
(5)  $(x - y)^2$

(6)  $\text{sen}(|x| + |y|)$

o respectivo gráfico. Justifique as suas escolhas.



**Exercício 6.** As figuras seguintes representam os gráficos duma função  $f(x, y)$  e das suas derivadas  $\frac{\partial f}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial f}{\partial y}$ . Faça corresponder a cada um dos gráficos a respectiva função.



**Exercício 7.** *Faça corresponder a cada um dos seguintes gráficos as respectivas curvas de nível:*

