

PROBLEMAS PARA A AULA PRÁTICA, SEMANA 6

Exercício 1 (Revisão). Calcule a derivada das seguintes funções:

$$(1) f(x) = \int_{\sin x}^{\cos x} \cos^2 t \, dt \quad (2) g(x) = x \int_{x^2}^1 e^{\cos t} \, dt$$

Exercício 2. Seja T o triângulo em \mathbb{R}^3 com vértices $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ e $(0, 0, 1)$. Mostre que T é um triângulo equilátero.

Exercício 3. Calcule e esboce o domínio das seguintes funções. Justifique que elas são contínuas no seu domínio.

$$(1) f(x, y) = \left(\sqrt{1 - x^2 - y^2}, \log |y - x^2| \right)$$

$$(2) f(x, y) = \sqrt{-y^2 + \sin^2 x}$$

$$(3) f(x, y) = \left(\arcsen \frac{x}{y}, \log(x^2 - y^2) \right)$$

$$(4) f(x, y) = x \log(xy)$$

Exercício 4. Determine a aderência do domínio das funções do exercício anterior.

Exercício 5. Mostre, construindo explicitamente sucessões apropriadas, que o ponto $(0, 0)$ é aderente a cada um dos seguintes conjuntos:

$$(1) \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$$

$$(2) \{(x, y) : x > 0\}$$

$$(3) \{(x, y) : xy > 0\}$$

$$(4) \{(x, y) : 0 < y < x^2\}$$

Exercício 6. Um ponto P é um sublimite de uma sucessões (P_n) sse existir uma subsucessão (P_{n_k}) que converge para P . Calcule todos os sublimites das seguintes sucessões:

$$(1) P_n = \left(\frac{n \sin(n^2)}{1 + 3n^3}, e^{-\frac{1}{n^2}} \right) \quad (2) P_n = \left(\sin \frac{2n\pi}{3}, (-1)^n \right)$$

$$(3) P_n = \left(\cos \frac{n\pi}{3}, \cos \frac{n\pi}{4} \right) \quad (4) P_n = \left((-1)^n, \cos \frac{n\pi}{6}, \sin \frac{n\pi}{6} \right)$$