

EXERCÍCIOS PARA O QUARTO MINITESTE

Exercício I. Considere as seguintes funções, pontos e vectores:

$$f(x, y) = \log(x^2 + y^2) \quad P_0 = (1, 2) \quad \vec{v} = (1, 1)$$

$$f(x, y) = x \cos\left(\frac{\pi}{y}\right) \quad P_0 = (3, 1) \quad \vec{v} = (-1, 2)$$

$$f(x, y) = \operatorname{arctg}(x^2 y) \quad P_0 = (2, 3) \quad \vec{v} = (2, -1)$$

$$f(x, y) = xy e^{x+y} \quad P_0 = (1, 4) \quad \vec{v} = (-1, -1)$$

Para cada combinação (função, ponto, vector) responda às seguintes perguntas:

- (1) Calcule a matriz jacobiana de f em P_0
- (2) Calcule a função derivada de f em P_0
- (3) f é mais sensível a variações na variável x ou na variável y ?
- (4) Escreva a equação do plano tangente ao gráfico de f no ponto P_0 .
- (5) Calcule a taxa de variação de f no ponto P_0 na direcção do vector \vec{v} .
- (6) Use o resultado da alínea (5) para calcular aproximadamente $f(P_0 + \vec{v}/100)$.

Exercício II. Calcule $\frac{d}{dt} f \circ \gamma$ no ponto t_0 sabendo que

$$(1) \quad t_0 = 1, \quad \gamma(t) = (2t, t^3), \quad Jf(u, v) = [v + 2u \quad u + 2v]$$

$$(2) \quad t_0 = \pi, \quad \gamma(t) = (\sin t, \cos t), \quad Jf(u, v) = [2uv + v^2 + 1 \quad u^2 + 2uv + 1]$$

$$(3) \quad t_0 = 3, \quad \gamma(t) = (t + 1, \frac{1}{t}), \quad Jf(u, v) = [v + e^u \quad u + 1]$$

$$(4) \quad t_0 = 2, \quad \gamma(t) = (t^2 + 1, t), \quad Jf(u, v) = [v^2 + 2u \quad 2uv]$$