NOTAS
1. ______
2. ______
3. ______
4. ______
5. ______
6. ______
7. ______
8. ______
TOTAL

Nome ______________________ Número ______________

Análise Matemática II - 1º Teste

Sábado, 29 de Outubro de 2005 - 13h

Duração: 1h30m

Instruções: Resolva todas as questões nestas páginas. Apresente e justifique todos os cálculos. Não é permitida a utilização de quaisquer materiais de consulta ou de máquinas de calcular. Por favor pare de escrever e entregue o exame quando lhe for pedido.

Problema 1. (1+1+2 pontos)

Calcule os integrais seguintes:

(a) $\displaystyle\int_0^1 \frac{3x^2}{(x^3+2)^4}\,dx$

(b) $\displaystyle\int_0^1 x\cos(\pi x)\,dx$

(c) $\displaystyle\int_{-1}^{3} \frac{\sqrt{x+1}}{x+5}\, dx,$ fazendo $t = \sqrt{x+1}\,.$

Problema 2. (2 pontos)

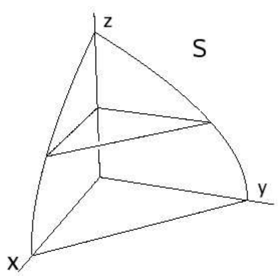
Seja $A \subset \mathbb{R}^2$ a região limitada compreendida entre as linhas descritas pelas equações $y = x^2$ e $y = x + 2$. Esboce A e calcule a sua área.

Problema 3. (2 pontos)

Calcule o volume do sólido representado pelo conjunto

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x, y, z \geq 0\,;\, x + y \leq 1 - z^2\}$$

(ver figura). Note que a intersecção de S com um plano horizontal é um triângulo (ou vazia).



Problema 4. (2 pontos)

Determine os intervalos em que a função

$$f(x) = 1 + \int_0^x \frac{\operatorname{sen} t}{1+t^2}\, dt$$

é crescente e decrescente.

Problema 5. (2 pontos)

Determine a série de Taylor da função $f(x) = \dfrac{1}{1-4x}$ em torno da origem e calcule o seu raio de convergência.

Problema 6. (3 pontos)

Calcule $\operatorname{sen}(10^{-1})$ com erro inferior a 10^{-4}.

Problema 7. (2 pontos)

Calcule ou mostre que não existe $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3+2y^4}{x^2+y^2}$.

Problema 8. (3 pontos)

Mostre que se tem

$$\frac{\pi^3}{24} - \frac{\pi^7}{5376} \leq \int_0^{\pi/2} \operatorname{sen}(x^2)\, dx \leq \frac{\pi^3}{24}.$$