

NOTAS

AMII Exame 1 Sábado, 8 de Novembro, 2003, 14:00–16:00

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____
6. _____
7. _____
8. _____
9. _____

Instruções: Resolva todas as questões nestas páginas, utilizando a parte detrás se necessário. Não é permitida a utilização de máquinas de calcular. Por favor pare de escrever e entregue o exame quando lhe for pedido.

Problema 1. (3 pontos)

Calcule uma primitiva de cada uma das seguintes funções:

(a) $f(x) = \frac{1}{(x-2)(x-3)}$

TOTAL

(b) $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{1+x^{\frac{3}{2}}}$ (use a substituição $x = u^2$)

Problema 2. (2 pontos)

Calcule a derivada das seguintes funções:

(a) $F(y) = \int_0^y \sqrt{1+t^4} dt$

(b) $G(x) = \int_0^{\sqrt{x}} \sqrt{1+t^4} dt$

Problema 3. (3 pontos)

Seja R a região do plano definida por $x^2 - x \leq y \leq x$.

(a) Calcule a área de R

(b) Calcule o volume do sólido obtido rodando R em torno do eixo dos yy .

(c) Escreva uma expressão integral para o volume do sólido obtido rodando R em torno do eixo $y = 2$. Não precisa de calcular esse integral.

Problema 4. (2 pontos)

A quantidade de água, em metros cúbicos por dia, que jorra duma certa fonte (o caudal da fonte) varia ao longo dum ano (não bissexto) de acordo com a expressão $f(t) = 2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{365}t\right) + 1$, em que t mede o número de dias desde o início do ano ($t = 0$ corresponde às zero horas de 1 de Janeiro).

(a) Calcule a quantidade total de água que jorra da fonte durante o ano.

(b) Qual o caudal médio durante o ano?

(c) Escreva uma expressão integral que permita calcular a quantidade total de água que jorra da fonte no mês de Fevereiro. Não precisa de calcular o integral.

Problema 5. (2 pontos)

Seja C a curva de equação $y = \sin x$ com $0 \leq x \leq \pi$.

(a) Escreva uma expressão integral para o comprimento de C . Não tente calcular o integral.

(b) Mostre que o comprimento de C é menor que $\pi\sqrt{2}$.

Problema 6. (2 pontos)

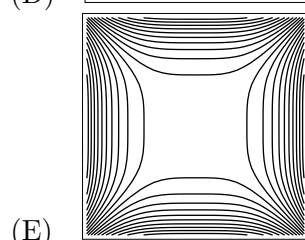
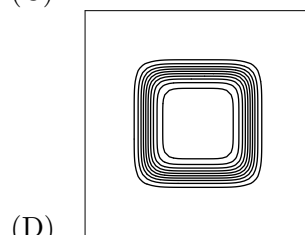
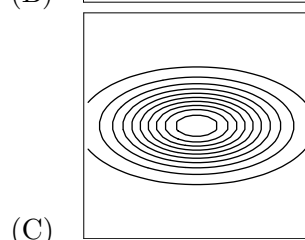
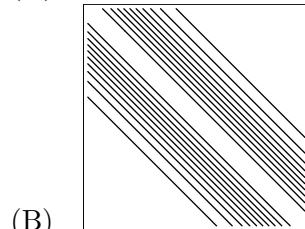
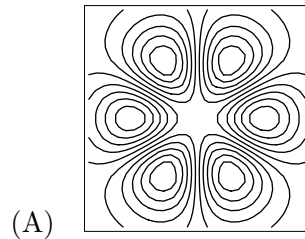
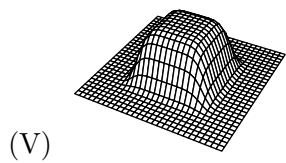
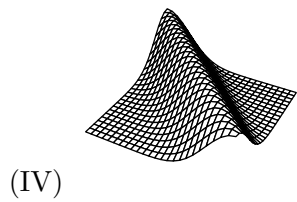
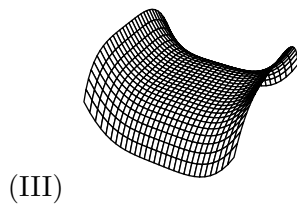
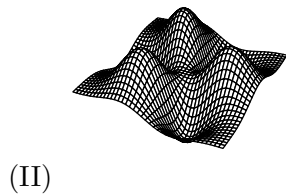
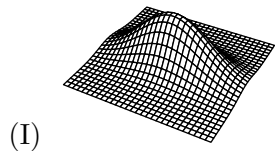
Seja $F(x) = \int_1^x \frac{1}{t} \log t \, dt$

(a) Use integração por partes para mostrar que $F(x) = (\log x)^2 - F(x)$.

(b) Diga justificando se o integral impróprio $\int_1^\infty \frac{1}{t} \log t \, dt$ existe.

Problema 7. (2 pontos)

Faça corresponder a cada um dos seguintes gráficos as respectivas curvas de nível:



Problema 8. (1.5 pontos)

Use coordenadas polares para calcular o limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3}{x^2 + y^2}$$

Problema 9. (2.5 pontos)

Seja $f(x, y) = \sqrt{x^2 - y^2}$

(a) Esboce o domínio de f .

(b) O domínio de f é aberto ou fechado? Justifique.

(c) Descreva o gráfico de f .