Secção de Álgebra e Análise,
Departamento de Matemática,
Instituto Superior Técnico

Cálculo Diferencial e Integral II

Prof. João Pimentel Nunes

Programa

I. Topologia e Continuidade de Funções em $\mathbb{R}^n$

Topologia em $\mathbb{R}^n$. Sucessões e limites em $\mathbb{R}^n$. Teorema de Bolzano-Weierstrass. Conjuntos compactos. Continuidade de funções em $\mathbb{R}^n$. Teorema de Weierstrass. Conjuntos conexos. Teorema do valor médio.

II. Cálculo Diferencial em $\mathbb{R}^n$

Diferenciabilidade de funções em $\mathbb{R}^n$. Derivadas direccionais e derivadas parciais. Matriz Jacobiana. Condições suficientes de diferenciabilidade. Derivada da função composta. Gradiente de um campo escalar. Teorema de Lagrange para campos escalares. Conjuntos de nível de campos escalares. Caminhos em $\mathbb{R}^n$ e vectores tangentes a caminhos. Relação de perpendicularidade entre o gradiente e os conjuntos de nível. Rectas normais e planos tangentes a superfícies de nível em $\mathbb{R}^3$.

III. Fórmula de Taylor e Extremos

Teorema de Schwarz. Fórmula de Taylor para campos escalares em $\mathbb{R}^n$. Extremos e pontos críticos de campos escalares em $\mathbb{R}^n$. Matriz Hessiana. Condições necessárias e suficientes para que um ponto crítico seja um máximo local, mínimo local ou ponto em sela.

IV. Integrais Múltiplos

Integral de Riemann. Teorema de Fubini. Aplicação ao cálculo de volumes, massas, centros de massa e momentos de inércia. Mudança de variáveis de integração.

V. Teoremas da Função Inversa e da Função Implícita

Teorema da função inversa e teorema da função implícita.

VI. Variedades Diferenciais

Variedades diferenciais descritas localmente como conjuntos de nível, como gráficos e através de parametrizações. Espaço tangente e espaço normal. Extremos condicionados e método dos multiplicadores de Lagrange.

VII. Integrais de Campos Escalares em Variedades

Integral de um campo escalar numa vizinhança de coordenadas de uma variedade diferencial. Independência relativamente à parametrização. Aplicação ao cálculo de comprimentos, áreas, etc.

(VSFF)

VIII. Integrais de Linha de Campos Vectoriais

Integral de linha de um campo vectorial e trabalho de uma força. Dependência na parametrização. Teorema fundamental do cálculo para integrais de linha. Campos gradientes e forças conservativas. Homotopia de caminhos. Invariância do integral de linha de um campo vectorial fechado ao longo de caminhos homotópicos. Conjuntos simplesmente conexos. Campos fechados em conjuntos simplesmente conexos são gradientes. Teorema de Green.

IX. Integrais de Campos Vectoriais em Variedades

Teorema da divergência. Teorema de Stokes. Fluxo de um campo vectorial através de uma superfície orientável em $\mathbb{R}^3$. Propriedades da divergência, do gradiente e do rotacional. Equações de Maxwell.

Bibliografia Principal

- "Introdução à Análise em $\mathbb{R}^n$", J. Campos Ferreira, disponível em: `http://www.math.ist.utl.pt/~jpnunes/AMII/iarn.pdf`
- "Cálculo Diferencial e Integral em $\mathbb{R}^n$", G. Pires, IST Press 2012.
- "Vector Calculus", J. Marsden e A. Tromba, Freeman, 2003.
- "Calculus Vol.II", T. Apostol, John Wiley and Sons, Inc. 1969.
- "Exercícios de Análise Matemática I e II", Departamento de Matemática, IST Press, 2003.
- "Exercícios de Cálculo Integral em $\mathbb{R}^n$", G. Pires, IST Press 2007.

Bibliografia Complementar

- "Integrais Múltiplos", L. Magalhães, Texto Editora, 1996.
- "Integrais em Variedades e Aplicações", L. Magalhães, Texto Editora, 1996.
- "Complementos de Cálculo Diferencial", L. Magalhães, AEIST.
- "Calculus on Manifolds", M.Spivak, W.A. Benjamin, Inc., 1965.