

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II
TODOS OS CURSOS EXCEPTO LEB, LEBM, LEFT, LEMAT, LEQ, LMAC, LQ
TESTE DE RECUPERAÇÃO – 18 DE JUNHO DE 2007 – **TESTE 2**

Apresente e justifique todos os cálculos

duração: 90 minutos

(3 val.) 1. Invertendo a ordem de integração, calcule $\int_0^1 \int_{3y}^3 e^{x^2} dx dy$.

(3 val.) 2. Determine o volume do sólido

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, 0 < z < x < 1, y^2 < x\}.$$

3. Considere a curva

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x^2 + y^2 = 1, y > 0\}.$$

(2 val.) a) Calcule a massa de C supondo que a sua densidade de massa é dada pela função $\rho(x, y) = 1 - y$.

(3 val.) b) Use o Teorema de Green para determinar a área da região limitada por C e pelo segmento de recta $\{(x, 0) \in \mathbb{R}^2, -1 \leq x \leq 1\}$.

4. Considere o campo vectorial

$$F(x, y, z) = (2xy, x^2 + 2yz, y^2).$$

(3 val.) Calcule o trabalho realizado por F ao longo do caminho

$$g(t) = (e^{t^4} \sin t, e^t \cos t, \sin t), \quad t \in [0, \pi].$$

(3 val.) 5. Considere a superfície

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, y^2 + z^2 = 1, -1 < x < 2\}.$$

Use o Teorema da Divergência para calcular o fluxo do campo vectorial

$$F(x, y, z) = (3x, y^3, z^3)$$

através de S segundo a normal n que no ponto $(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ tem segunda componente positiva.

(3 val.) 6. Use o Teorema de Stokes para calcular o trabalho do campo vectorial

$$F(x, y, z) = (y + \sin x, \cos y, z^3)$$

ao longo do caminho

$$g(t) = (\sin t, \cos t, \sin 2t), \quad t \in [0, 2\pi].$$