

## Cálculo Diferencial e Integral II

Teste 1 - 10 de Novembro de 2012 - 16h30 - Versão 2

Duração: 90 minutos

### Apresente e justifique todos os cálculos

1. Considere a função

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^3}{2x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

(2 val.)

(a) Mostre que  $f$  é contínua em  $(0, 0)$ .

(1 val.)

(b) Determine as derivadas parciais de  $f$  em  $(0, 0)$ .

(1 val.)

(c) Mostre que  $f$  não é diferenciável em  $(0, 0)$ .

(3 val.)

2. Seja  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  uma função de classe  $C^1$  tal que  $Df(4, 0, 0) = [3 \ -2 \ 1]$  e seja  $h(x, y, z) = f(y^2 z^3, \sin x, xze^{5-y^2})$ . Calcule  $\frac{\partial h}{\partial x}(0, 2, 1)$ .

(3 val.)

3. Determine e classifique os pontos de estacionaridade da função  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x, y) = 2x^2 - (y^2 - 1)^2$ .

(2 val.)

4. Considere o conjunto

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{x} \leq y \leq 1\}.$$

Sendo  $g(x, y) = 3e^{y^3}$ , calcule  $\int_A g$ .

5. Considere o conjunto

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 4 - (x^2 + y^2), x^2 + y^2 \geq 1, x \geq 0, y \geq 0\}.$$

(2.5 val.)

(a) Escreva uma expressão para o volume de  $S$  na forma  $\int(\int(\int dx)dy)dz$ .

(2.5 val.)

(b) Calcule o volume de  $S$ .

(3 val.)

6. Seja  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  uma função de classe  $C^3$ . Mostre, detalhada e justificadamente, que

$$\frac{\partial^3 f}{\partial z \partial y \partial x} = \frac{\partial^3 f}{\partial x \partial z \partial y}.$$