

Cálculo Diferencial e Integral II

Teste 1 - 10 de Novembro de 2012 - 14h30 - Versão 2

Duração: 90 minutos

Apresente e justifique todos os cálculos

1. Considere a função

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2 + 2y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

(2 val.)

(a) Mostre que f é contínua em $(0, 0)$.

(1 val.)

(b) Determine as derivadas parciais de f em $(0, 0)$.

(1 val.)

(c) Mostre que f não é diferenciável em $(0, 0)$.

(3 val.)

2. Seja $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ uma função de classe C^1 tal que $Df(0, 0, \pi) = [3 \ -1 \ 1]$ e seja $h(x, y, z) = f(z \log(1 + x^2), \sin(3y), x + yz^4)$. Calcule $\frac{\partial h}{\partial y}(0, \pi, 1)$.

(3 val.)

3. Determine e classifique os pontos de estacionaridade da função $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x, y) = (2 - x^2)^2 - y^2$.

(2 val.)

4. Considere o conjunto

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq y \leq 1\}.$$

Sendo $g(x, y) = e^{y^2}$, calcule $\int_S g$.

5. Considere o conjunto

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 2 - \sqrt{x^2 + y^2}, x^2 + y^2 \geq 1, x \geq 0, y \geq 0\}.$$

(2.5 val.)

(a) Escreva uma expressão para o volume de A na forma $\int(\int(\int dx)dy)dz$.

(2.5 val.)

(b) Calcule o volume de A .

(3 val.)

6. Seja $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ uma função de classe C^3 . Mostre, detalhada e justificadamente, que

$$\frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y \partial z} = \frac{\partial^3 f}{\partial z \partial x \partial y}.$$