

Análise Matemática III

2º semestre de 1999/2000

Exercício Teste 1

Esboce detalhadamente o subconjunto S de \mathbb{R}^3 limitado pelos planos coordenados e pelos planos $x + y + z = 3$, $x + y - 2z = 0$ e $z = 2$. Discuta as superfícies que se obtêm quando S é cortado por planos paralelos aos planos coordenados.

Solução: A região S tem o seguinte aspecto:

O plano A tem equação $z = 2$, o plano B tem equação $x + y + z = 3$ e o plano C tem equação $x + y - 2z = 0$. As rectas a, b, c, d, e, f, g, h têm respectivamente equações: a) $z = 2; y = 0$, b) $z = 2; x = 0$, c) $x + y = 1; z = 2$, d) $y = 0; x + z = 3$, e) $x = 0; y + z = 3$, f) $x + y = 2; z = 1$, g) $y = 0; x = 2z$, h) $x = 0; y = 2z$.

Cortes segundo $x = x_0$ constante: Para $0 < x_0 < 1$ os cortes são quadriláteros de lados: 1) $z = 2; x = x_0; 0 < y < 1 - x_0$, 2) $x = x_0; y + z = 3 - x_0; 1 - x_0 < y < 2 - x_0$, 3) $x = x_0; y - 2z = -x_0; 0 < y < 2 - x_0$ e 4) $x = x_0; y = 0; x_0 < 2z < 4$. Para $1 < x_0 < 2$ os cortes são triângulos de lados: 1) $x = x_0; y + z = 3 - x_0; 0 < y < 2 - x_0$, 2) $x = x_0; y - 2z = -x_0; 0 < y < 2 - x_0$ e 3) $x = x_0; y = 0; x_0 < 2z < 6 - 2x_0$.

Os cortes segundo y constante são semelhantes mas com os papéis de x e y invertidos, já que a figura é simétrica em relação ao plano $x = y$.

Cortes segundo $z = z_0$ constante: São triângulos. Para $0 < z_0 < 1$ têm lados: 1) $z = z_0; y = 0; 0 < x < 2z_0$, 2) $z = z_0; x = 0; 0 < y < 2z_0$ e 3) $z = z_0; x + y = 2z_0; x, y \geq 0$. Para $1 < z_0 < 2$ têm lados: 1) $z = z_0; y = 0; 0 < x < 3 - z_0$, 2) $z = z_0; x = 0; 0 < y < 3 - z_0$ e 3) $z = z_0; x + y = 3 - z_0; x, y \geq 0$.