

Análise Matemática III

1º semestre de 2001/02

Exercício-Teste 8

Marcelino Gaudêncio não teve uma vida nada fácil. Este bisavô do Sr. Gaudêncio, que deixou, como vamos sabendo, uma descendência de familiares ilustres, pagou caro os seus erros de juventude vivida no fio da navalha durante os inebriantes anos finais do século XIX. Para escapar à polícia após uns assaltos mal-sucedidos a bancos, Marcelino Gaudêncio refugiou-se nos confins da América do Sul onde deu asas à sua fantasia secreta de infância: ter um circo de formigas!

O espectáculo do circo consistia em pôr as formigas, sujeitas a uma dieta cientificamente estudada, a dançar o Can-Can ao longo de um arame, no sentido anti-horário, que tinha a forma seguinte (a unidade é o metro):

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x + 1)^2 + y^2 = 4, \text{ para } x < 0; (x - 1)^2 + y^2 = 4, \text{ para } x > 0\}.$$

A força de atrito ao longo do arame era dada pela expressão (a unidade é caloria/metro):

$$f(x, y) = \left(\frac{-y}{(x - 2)^2 + y^2} + xe^{-(x^2+y^2)} + 3y, \frac{x - 2}{(x - 2)^2 + y^2} + ye^{-(x^2+y^2)} - 4x \right).$$

Calcule a quantidade de calorias que as formigas de Marcelino Gaudêncio gastam a vencer o atrito quando dançam à volta ao arame.

ps. Ficarão contentes de saber que esta história acabou bem. Devido ao sucesso popular estrondoso do seu circo de formigas, Marcelino Gaudêncio liderou uma revolta e nomeou-se a si próprio ditador vitalício daquele pequeno país. Veio depois a casar com a bisavó do nosso Sr. Gaudêncio, a Exma. Sra. Dona Consuela Gaudêncio.