

Análise Matemática III

1º semestre de 2002/2003

Exercício teste 11: (a entregar na semana de 2/12/2002)

Um fabricante de bolas de rugby produz bolas elipsoidais cuja superfície se pode descrever pelo conjunto

$$E_{(a,c)} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1\},$$

onde $a, c > 0$ são parâmetros que podem ser escolhidos pelo fabricante.

- a) A massa das bolas concentra-se praticamente só na sua superfície e, por essa razão, pode ser descrita por uma densidade efectiva de massa por unidade de área definida em $E_{(a,c)}$ por

$$\sigma(x, y, z) = c \left(\frac{c^2}{a^2}(x^2 + y^2) + \frac{a^2}{c^2}z^2 \right)^{-1/2}.$$

Calcule a massa das bolas.

- b) Restrições no processo de fabrico obrigam a que os parâmetros a, c estejam relacionados pela equação $a^2 + 2c^2 = 1$. Determine para que valores de a e c se obtêm as bolas mais pesadas.