

Análise Matemática III
2º Semestre de 2000/2001

Exercício teste 11 (a entregar na aula prática da semana de 4/6/2001)

Uma partícula desloca-se em \mathbb{R}^3 sobre o parabolóide de equação $z = x^2 + y^2$ e sob acção do potencial $V(x, y, z) = x^2 - y^2 + z + \sin(y)$.

Determine quais os pontos do parabolóide são pontos de equilíbrio (possivelmente estável ou instável).

Nota: Recorde que um potencial V determina uma força $f = \nabla V$. Como a partícula se move em cima do parabolóide, os pontos de equilíbrio são aqueles em que a força f é perpendicular ao parabolóide, de modo a que nesses pontos não haja componente da força tangente ao parabolóide. Note que estes pontos podem ser achados pelo método dos multiplicadores de Lagrange (que encontra precisamente os pontos em que ∇V é perpendicular ao parabolóide) e que estes correspondem portanto a mínimos locais (equilíbrio estável) ou pontos em sela ou máximos locais (equilíbrio instável) de V .