

Análise Matemática III

1º semestre de 2001/02

Exercício 10

Feriado Gaudêncio é irmão de Marcelino Gaudêncio, e também não tem tido uma vida nada fácil. Em boa verdade, Feriado é um encenador falhado do teatro de revista. Com o intuito de ajudar o irmão a ultrapassar uma difícil crise de meia idade aos 30 anos – após mais uma produção fracassada no parque Mayer – Marcelino convidou-o para encenar um espectáculo inovador com o seu famoso circo de formigas amestradas. O espectáculo consistia em pôr as formigas esquiarem a uma velocidade alucinante ao longo de uma rampa com a forma do conjunto

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y = x \tan(z), -\frac{\pi}{2} < z < \frac{\pi}{2}\}.$$

Colocado perante esta proposta, Feriado teve uma daquelas reacções desencorajadoras que o caracterizam, perguntando:

– Mano, tens a certeza que isto é um número de variedades ?

- (a) Ajude Marcelino a sossegar o irmão, mostrando que M é uma variedade de dimensão 2.
- (b) Determine os pontos p em que M é vertical ¹. Ou seja, determine os pontos p tais que $T_p M$ contém o vector $(0, 0, 1)$.

¹A resposta é relevante para a escolha da iluminação do espectáculo