

# Análise Matemática III

## Exercícios

### Esboço de Conjuntos

1 Esboce detalhadamente os conjuntos:

- a)  $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x < 1, x^2 < y < 2x^2\}$
- b)  $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 < y < 1, -\sqrt{1-y^2} < x < 2y^2 - 1\}$
- c)  $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 < x < 1, x^2 - 2 < y < \sqrt{1-x^2}\}$
- d)  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 < x < 1, \frac{x^2}{2} < y < x^2, 0 < z < x^2\}$
- e)  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 < x < 1, 0 < y < 1 - x, 0 < z < x + y\}$
- f)  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 < x < 1, 0 < y < 1, 0 < z < x^2 + y^2\}$
- g)  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \sqrt{x^2 + y^2} < z < 2 - x^2 - y^2\}$
- h)  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, 2x^2 + 2y^2 \leq z \leq 1 + x^2 + y^2\}$
- i)  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y \geq 0, z \geq 0, 2y^2 + 2z^2 \leq x \leq 1 + y^2 + z^2, x + 2z \leq 2\}$
- j)  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + \frac{z^2}{4} < 1\}$
- k)  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 < z^2 + 1\}$
- l)  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 < z^2 + 1, |z| < 1\}$

2 Esboce detalhadamente o subconjunto de  $\mathbb{R}^3$  compreendido entre os planos  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$  e  $x + y + z = 1$ . Descreva os cortes deste conjunto por planos perpendiculares ao eixo  $Ox$ .

3 Esboce detalhadamente o subconjunto de  $\mathbb{R}^3$  compreendido entre os cilindros  $x^2 + y^2 = 1$  e  $x^2 + y^2 = 4$ , o plano  $xOy$  e o parabolóide  $z = x^2 + y^2$ . Represente graficamente os cortes deste conjunto pelos planos perpendiculares ao eixo  $Ox$  e pelos planos perpendiculares ao eixo  $Oz$ .

4 Esboce detalhadamente o subconjunto de  $\mathbb{R}^3$  compreendido entre a esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 2$  e o parabolóide  $z = x^2 + y^2$ , em que  $z \geq 0$ . Descreva os cortes deste conjunto por planos perpendiculares ao eixo  $Ox$ .

5 Esboce detalhadamente o subconjunto de  $\mathbb{R}^3$  compreendido entre os planos  $z = 0$ ,  $x = 1$ ,  $y = x$  e a superfície  $z = xy$ . Descreva os cortes deste conjunto por planos perpendiculares ao eixo  $Oz$  e também por planos perpendiculares ao eixo  $Oy$ .

**6** Considere o subconjunto de  $\mathbb{R}^4$  descrito por

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x^2 + y^2 \leq z^2 + t^2, -1 \leq t \leq 1, -1 \leq z \leq 1\}$$

Descreva os cortes do conjunto por planos perpendiculares ao eixo  $Ot$ .