

Análise Matemática II

1º Teste - 29 de Outubro de 2005 - 13h

Duração: 1h30m

(Cursos: LEAe, LEAN, LEBM, LCI, LEC, LEIC, LEFT, LET, LMAC)

Apresente e justifique todos os cálculos

1. Calcule os integrais seguintes:

(1 val.) a) $\int_0^1 \frac{3x^2}{(x^3 + 2)^4} dx$

(1 val.) b) $\int_0^1 x \cos(\pi x) dx$

(2 val.) c) $\int_{-1}^3 \frac{\sqrt{x+1}}{x+5} dx$, fazendo $t = \sqrt{x+1}$.

(2 val.) 2. Seja $A \subset \mathbb{R}^2$ a região limitada pelas linhas $y = x^2$ e $y = x + 2$. Esboce A e calcule a respectiva área.

(2 val.) 3. Calcule o volume do sólido representado pelo conjunto

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0; y \geq 0; z \geq 0; x + y \leq 1 - z^2\}.$$

Note que a intersecção de S com um plano horizontal ou é um triângulo ou é vazia.

(2 val.) 4. Mostre que a função

$$f(x) = 1 + \int_0^x \frac{\sin t}{1+t} dt$$

tem um mínimo na origem.

(2 val.) 5. Determine a série de Taylor da função $\frac{1}{1-4x}$ em torno da origem e calcule o respectivo raio de convergência.

(3 val.) 6. Calcule $\sin(0.1)$ com erro inferior a 10^{-4} .

(2 val.) 7. Calcule ou mostre que não existe $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 + 2y^4}{x^2 + y^2}$.

(3 val.) 8. Mostre que se tem

$$\frac{\pi^3}{24} - \frac{\pi^7}{5376} \leq \int_0^{\pi/2} \sin(x^2) dx \leq \frac{\pi^3}{24}.$$