

ANÁLISE MATEMÁTICA II

(LEEC, LEB, LEQ, LQ)

6ª Ficha de problemas-teste

I. Considere a função $f : D \rightarrow \mathbb{R}^2$, com $D \subset \mathbb{R}^2$, definida por

$$f(x, y) = (g(x, y), h(x, y)),$$

onde

$$g(x, y) = \frac{1 + x^2 + y^2}{x}, \quad h(x, y) = \sqrt{y - x}.$$

a) Esboce D , e determine $\text{int}D$, $\text{ext}D$, $\text{front}D$, \overline{D} .

b) Diga, justificando abreviadamente, se D é aberto, fechado, conexo.

II. Responda às mesmas questões que em I. mas para a função $f : D \rightarrow \mathbb{R}^3$ definida por

$$f(x, y) = (f_1(x, y), f_2(x, y), f_3(x, y)),$$

com

$$f_1(x, y) = \cos(x + y) \quad f_2(x, y) = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2 - y^2}}, \quad f_3(x, y) = \log |xy|.$$

III. As mesmas questões para a função $\varphi : D \rightarrow \mathbb{R}^2$ dada por

$$\varphi(x) = (\varphi_1(x), \varphi_2(x)),$$

com

$$\varphi_1(x) = \log(2 - \|x\|), \quad \varphi_2(x) = \sqrt{\|x\|(\|x\| - 1)},$$

onde $x = (x_1, x_2)$.