ANÁLISE MATEMÁTICA II

(LEEC, LEB, LEQ, LQ)

10ª Ficha de problemas-teste

I. Seja $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por $f(x,y) = F \circ g(x,y)$, com $F(t) = e^{1-t^2}$, $g(x,y) = \cos(x^2 + y^2)$. Calcule a matriz jacobiana de f usando o teorema da derivação da função composta. Verifique o resultado determinando explicitamente $f(x,y)$ e calculando as derivadas parciais directamente.

II. Considere $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ e $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ com $g(u,v,w) = (u^2+v^2+w^2,\ uvw)$ e em que f é uma função diferenciável em $\mathbb{R}^2$ tendo como funções coordenadas da sua derivada no ponto $(0,0)$ as aplicações L_1, L_2 e L_3 dadas por

$$\begin{aligned} L_1(x,y) &= 2x - y \\ L_2(x,y) &= x + y \\ L_3(x,y) &= x - 3y\,. \end{aligned}$$

Sabendo que $f(0,0) = (1,2,0)$, calcule $(g \circ f)'(0,0)$.

III. Considere as funções $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ com f dada por

$$f(x,y) = (\arctan(x^2 - y),\ x^2)$$

e com g satisfazendo as seguintes condições:

$$\begin{aligned} &\forall_{x\in\mathbb{R}}\,, \quad g(x,1) = (x^2,\ 1,\ x), \\ &\forall_{y\in\mathbb{R}}\,, \quad g(0,y) = (0,\ y,\ 0). \end{aligned}$$

Calcule $(g \circ f)'(1,1)$.