

Perguntas de Matemática

José Natário

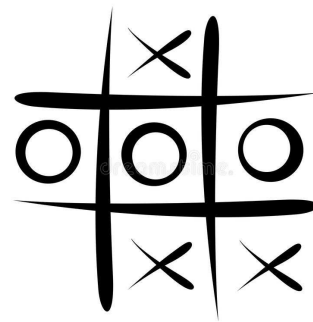
(Instituto Superior Técnico)

Lisboa, Julho de 2019

Algumas perguntas de Matemática

- Determine $\left(1 - \frac{1}{6}\right) \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \left(2 - \frac{1}{4}\right)$ como uma fração irredutível.
- Escreva $\left(3^2\right)^4 \div 27$ como uma potência de base 3.
- Construa um triângulo equilátero de lado 2 cm.
- Calcule o máximo divisor comum de 65 e 91.

Alguém me consegue vencer no jogo do galo?



E no jogo do Nim?



E no jogo do xadrez?



© chesssets.co.uk

Teoria de Jogos

Num jogo de dois jogadores que têm acesso a toda a informação, existe sempre uma **estratégia ótima**. Dependendo do jogo, pode acontecer:

- O primeiro jogador ganha sempre (Nim);
- O segundo jogador ganha sempre (Nim modificado);
- Os dois jogadores empatam sempre (galo, damas).

Xadrez: ninguém sabe (37%, 35%, 28%).

Teoria de Jogos

Há jogos em que existe informação escondida (por exemplo pedra, papel ou tesoura).

Neste caso, é necessário usar **probabilidades**.

No caso do jogo pedra, papel ou tesoura devem-se usar as probabilidades $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$, e em média empata-se.

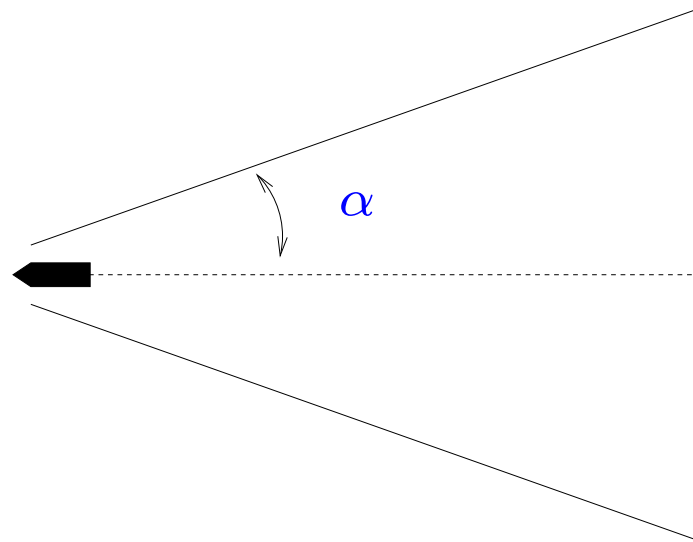
Aplicações: ciência política, economia, biologia evolucionária, redes de telecomunicações, **penáltis**.

O que têm em comum um pato e um barco?





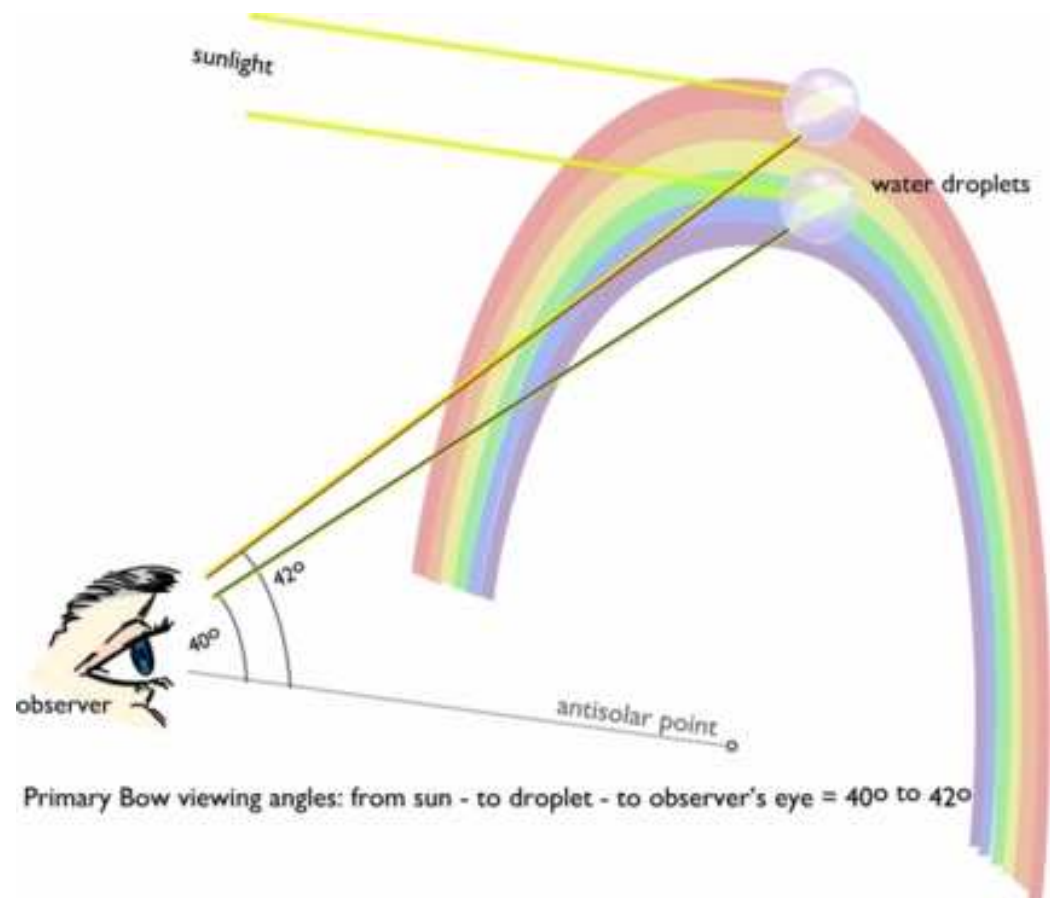
Teorema de Kelvin (1824–1907)



$$\alpha \simeq 19,5^\circ.$$

Onde está o arco-íris?



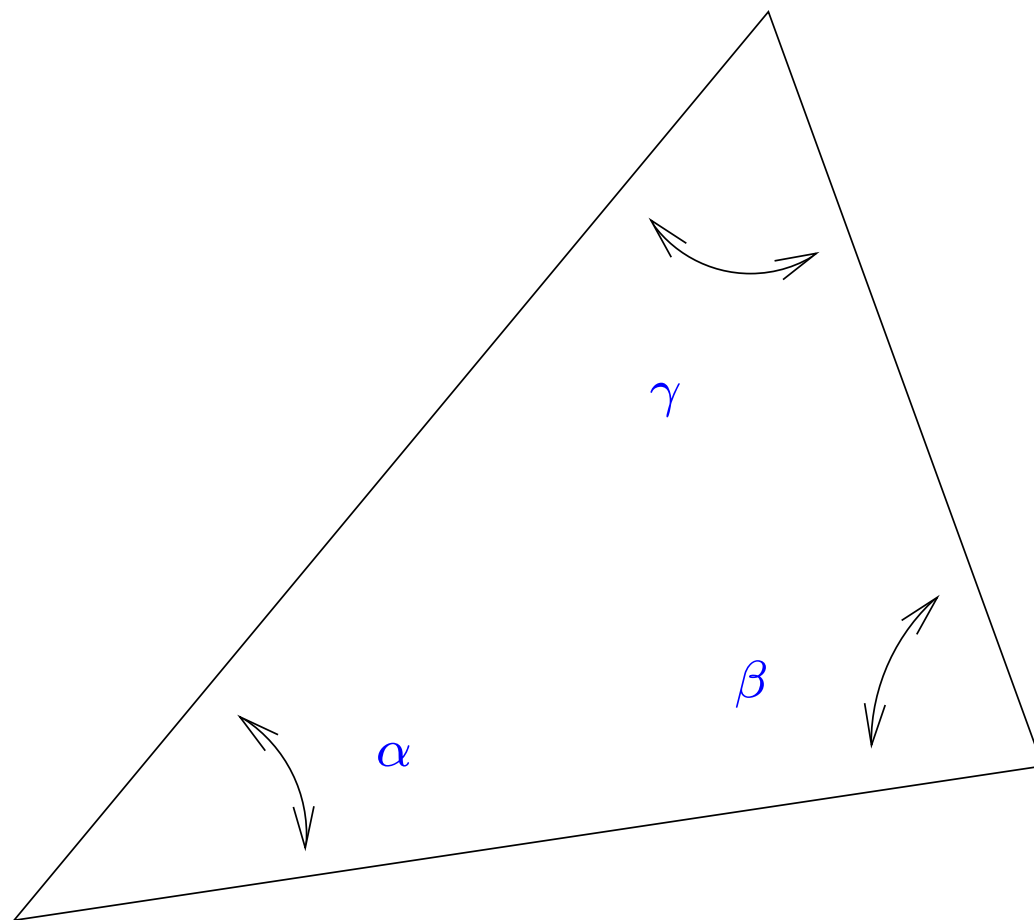


Primary Bow viewing angles: from sun - to droplet - to observer's eye = 40° to 42°

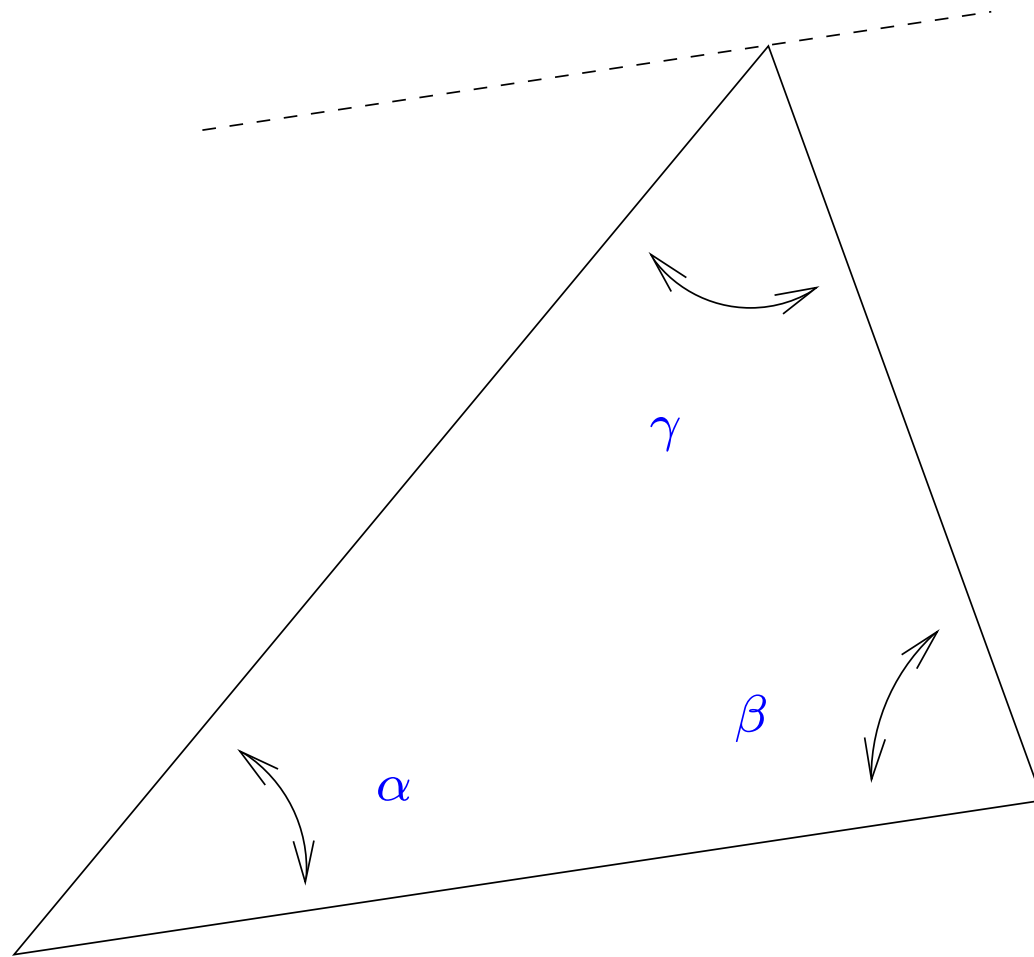
Pode um triângulo ter 3 ângulos retos?

Euclides (séc IV–III a.C.):

- Duas rectas distintas intersectam-se no máximo uma vez.
- Existem rectas que não se intersectam (paralelas).
- Os ângulos internos de um triângulo somam 180° .



$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

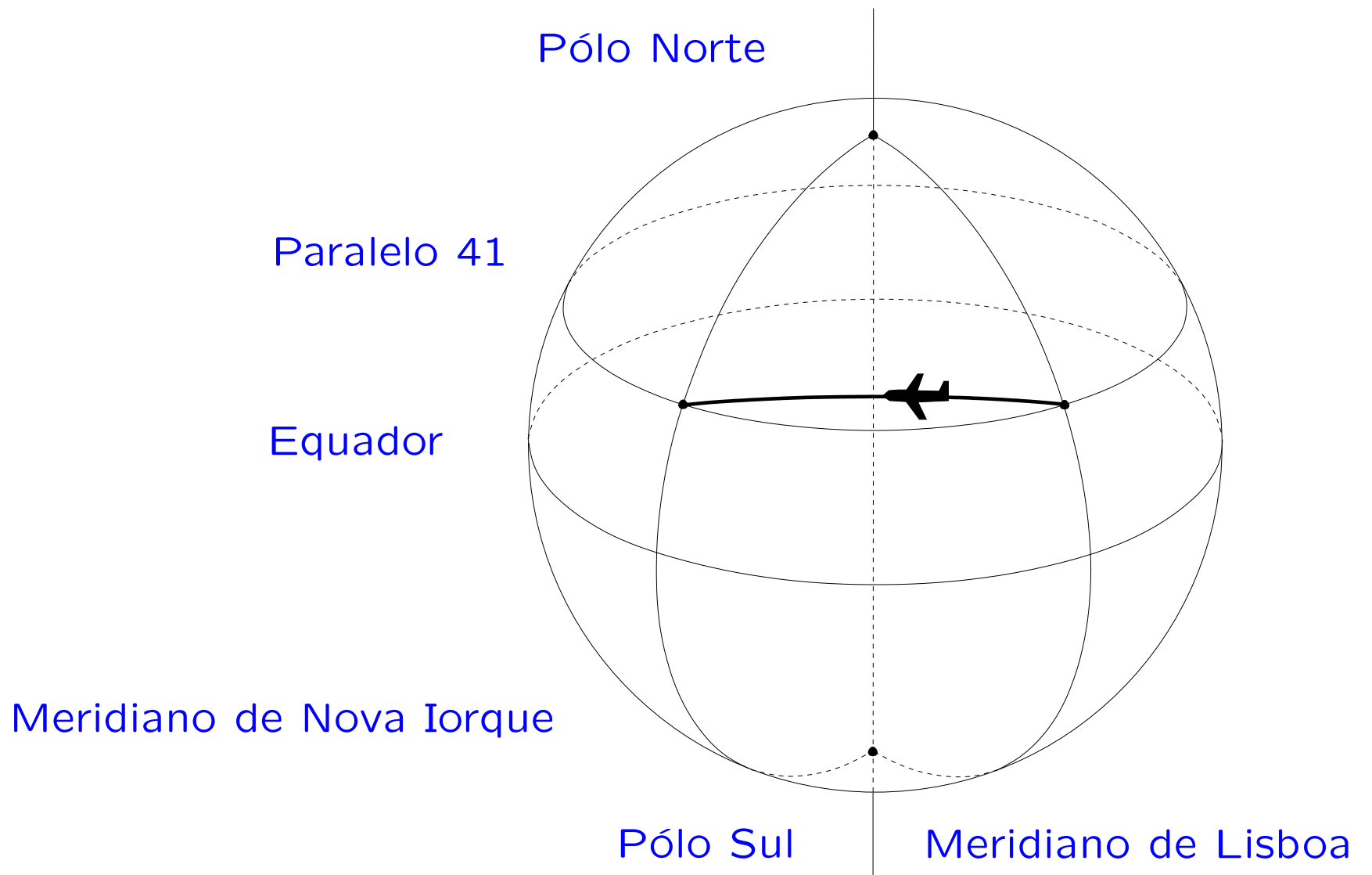


$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Geometria Não Euclidiana

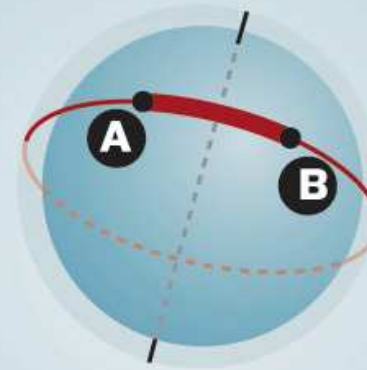
É a geometria das superfícies (espaços) curvos. Em vez de rectas temos **geodésicas** (curvas de comprimento mínimo).

Na esfera, por exemplo, as geodésicas são os círculos máximos, como o equador ou os meridianos. É por isso que para ir de Lisboa para Nova Iorque o avião não voa para oeste.



O caminho mais curto

O caminho mais curto entre dois pontos A e B sobre o globo é um arco de círculo máximo, uma ortodromia. Num mapa de Mercator esse caminho corresponde a uma curva. Nesse mapa as linhas rectas são loxodromias, curvas de direcção cardeal constante.

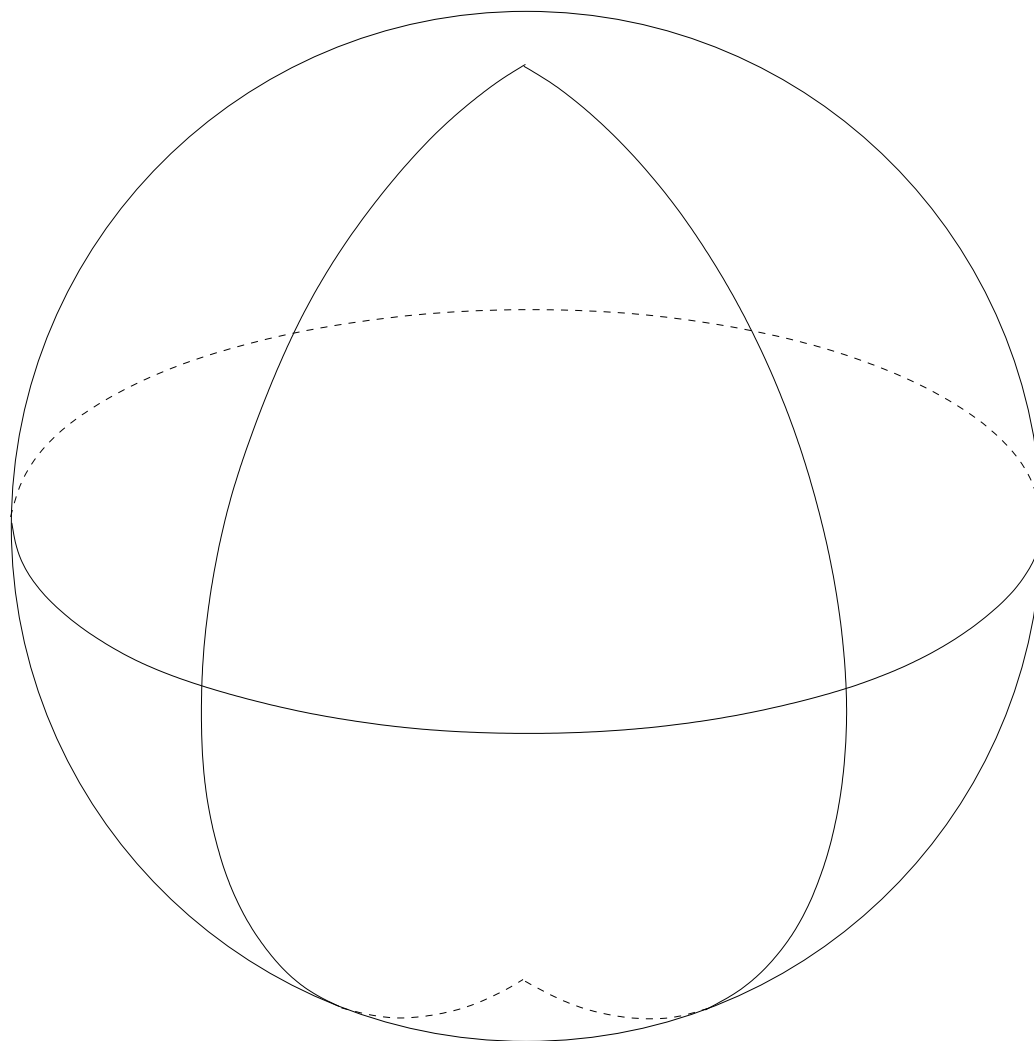


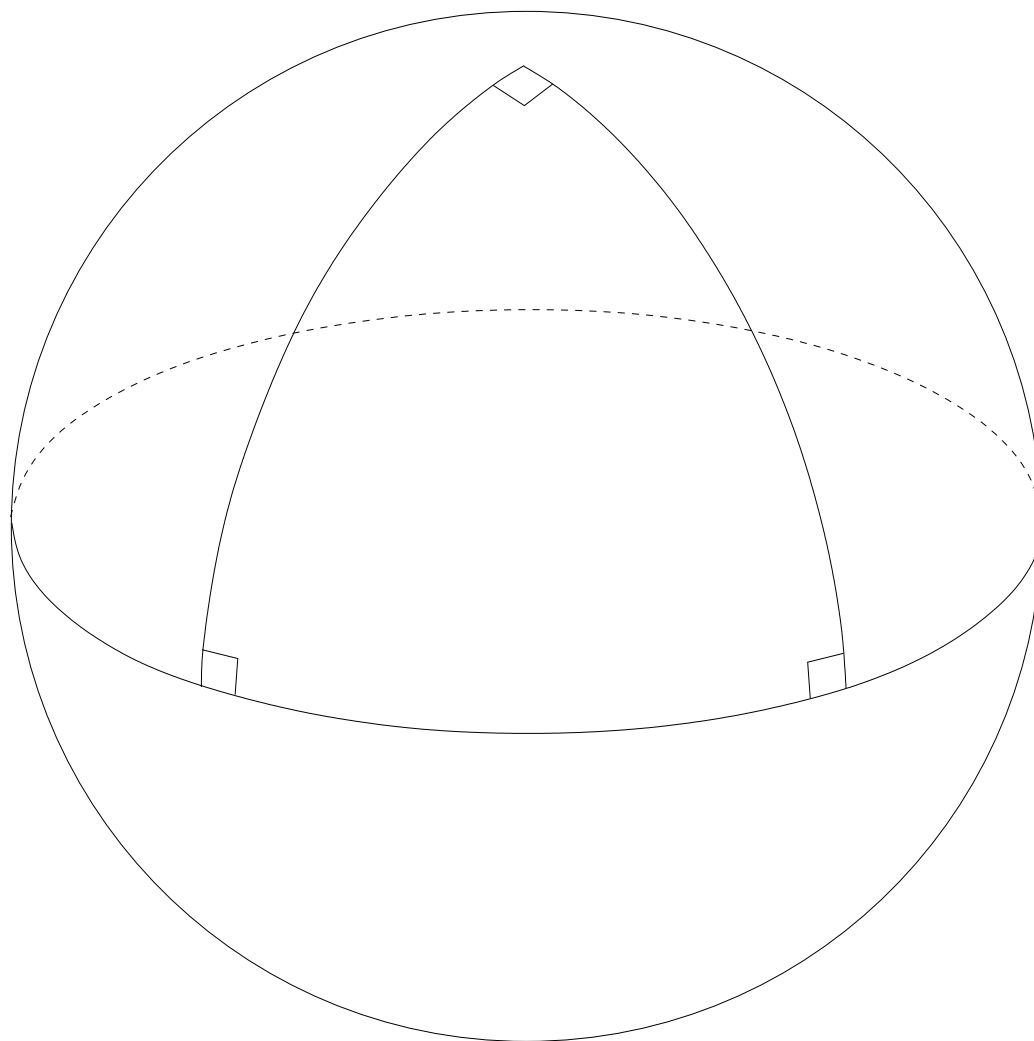
MAPA DE MERCATOR



Geometria da esfera

- Duas geodésicas distintas intersectam-se sempre em dois pontos (**não existem paralelas**).
- Existem **biângulos** (polígonos com apenas 2 lados).
- Os ângulos internos de um triângulo somam **mais** de 180° .



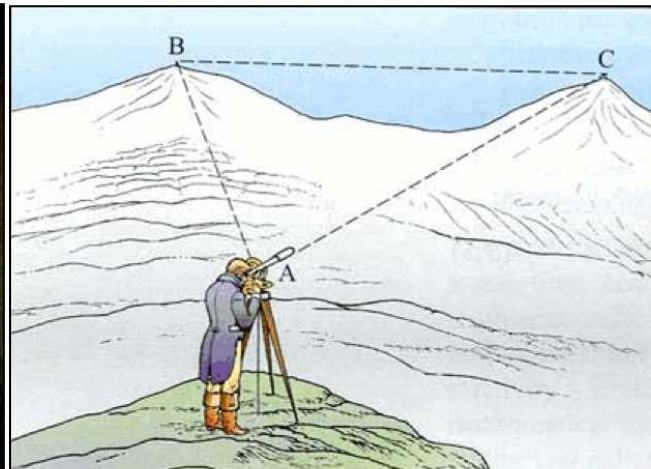


Será o espaço curvo?

Gauss (1777-1855) experimentou medir os ângulos internos de um triângulo, e obteve aproximadamente 180° .



Carl Friedrich Gauss
1777 - 1855

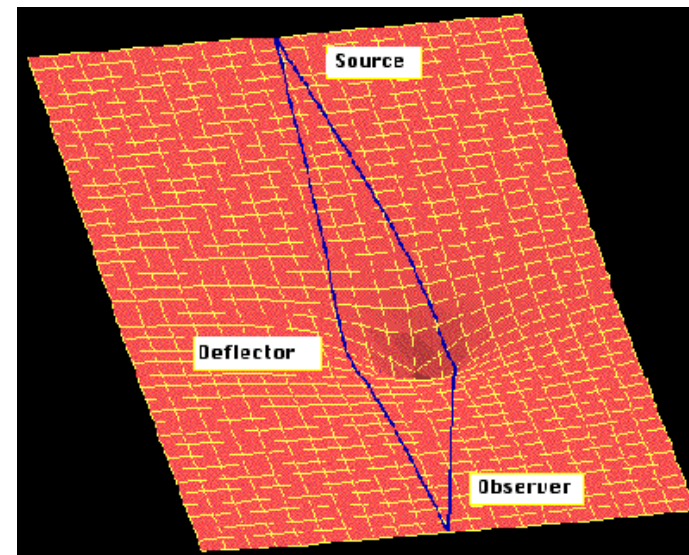
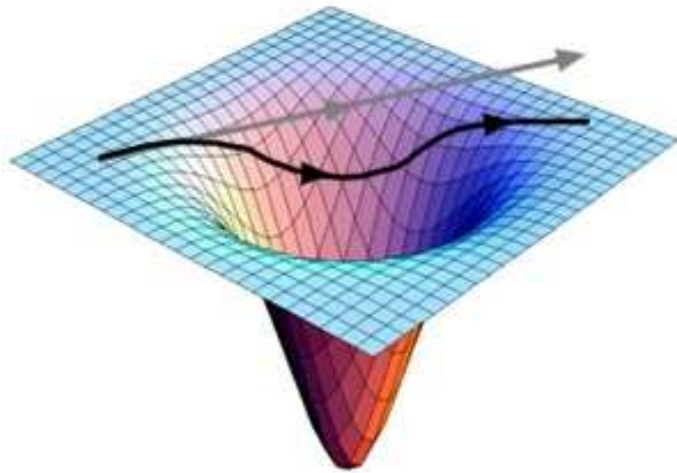


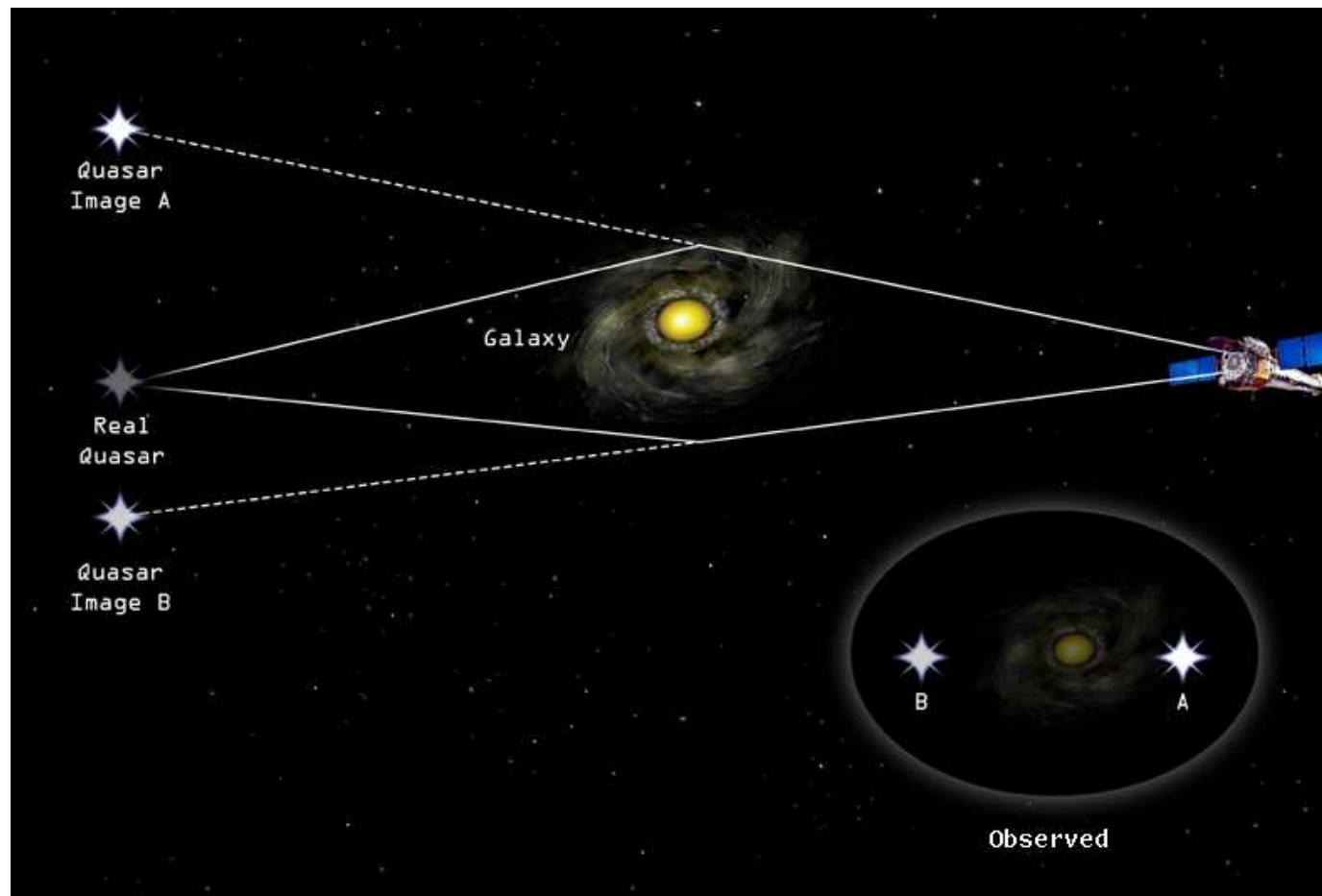
Gauss finds 180 degrees in large survey triangles:
Space is not (grossly) non-Euclidean

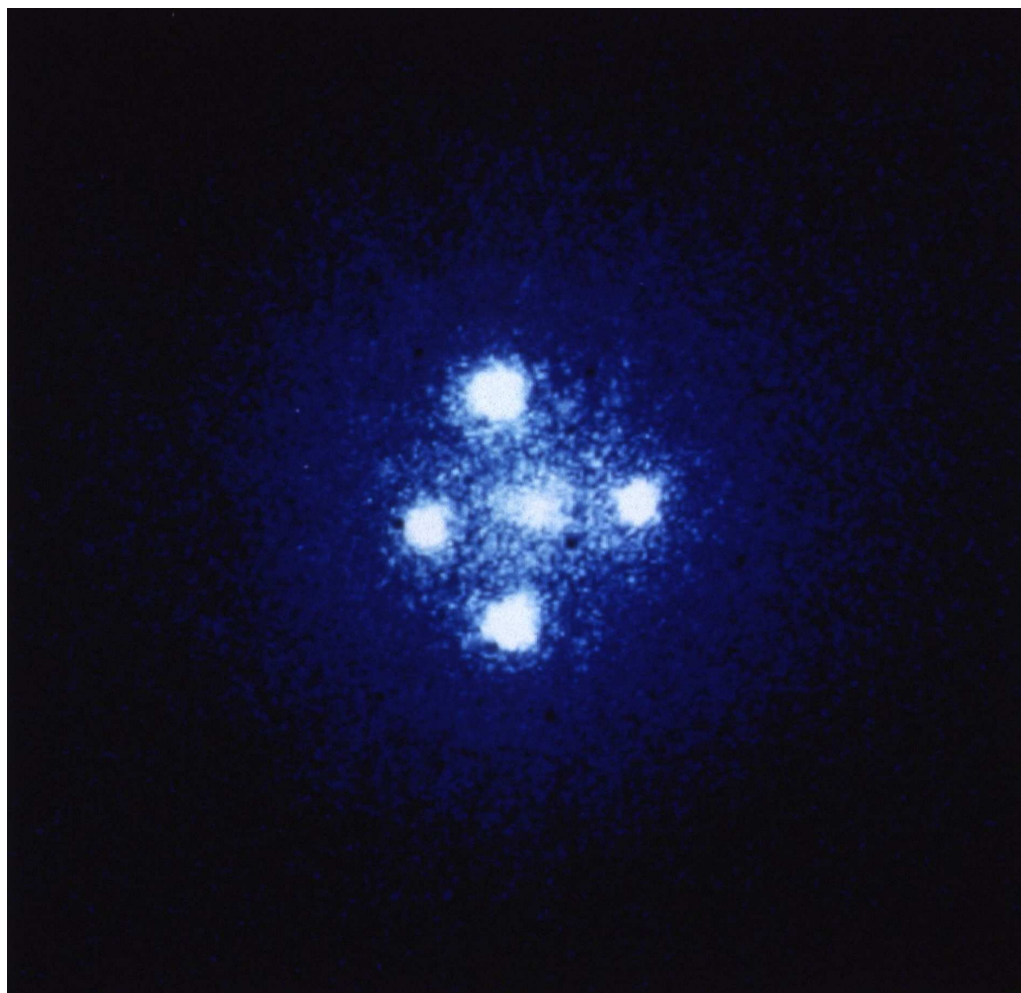
Einstein (1879–1955)

A matéria curva o espaço(-tempo), e os raios luminosos seguem geodésicas.

Uma consequência é o efeito de **lente gravitacional**, que origina imagens múltiplas de objectos astronómicos.

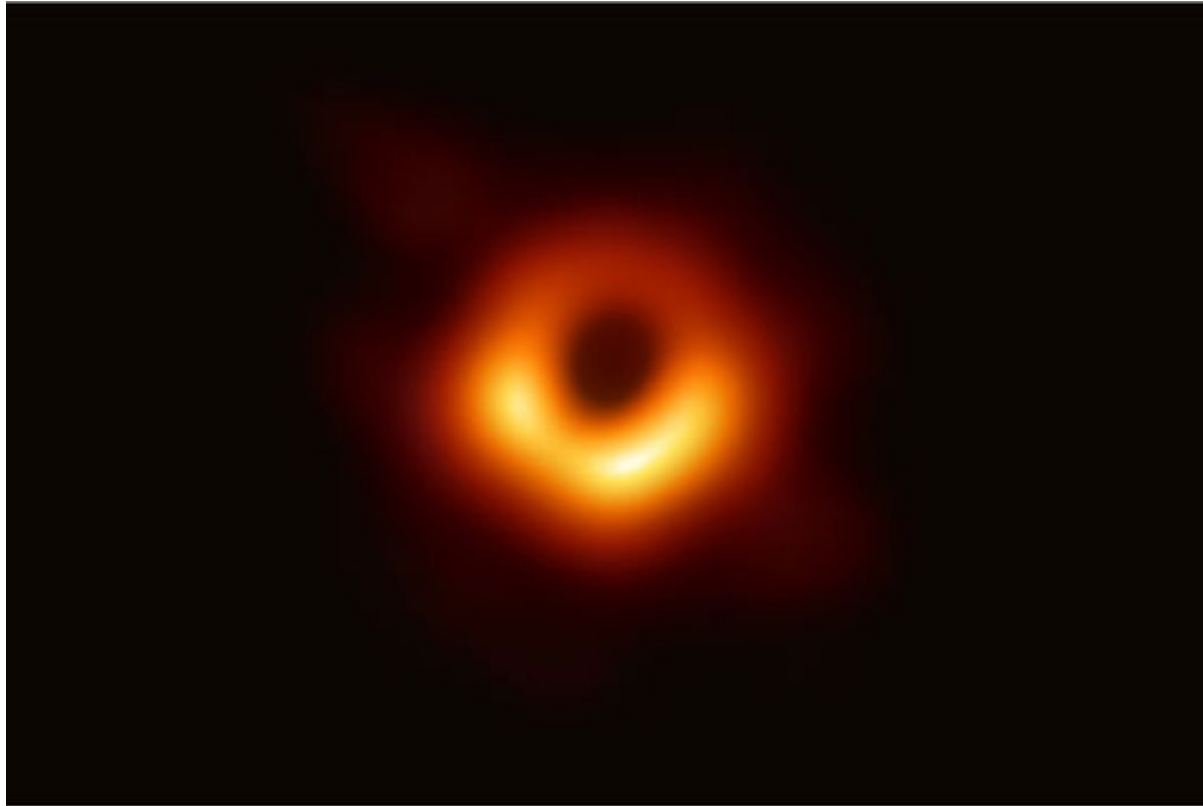






Cruz de Einstein.

Buracos negros

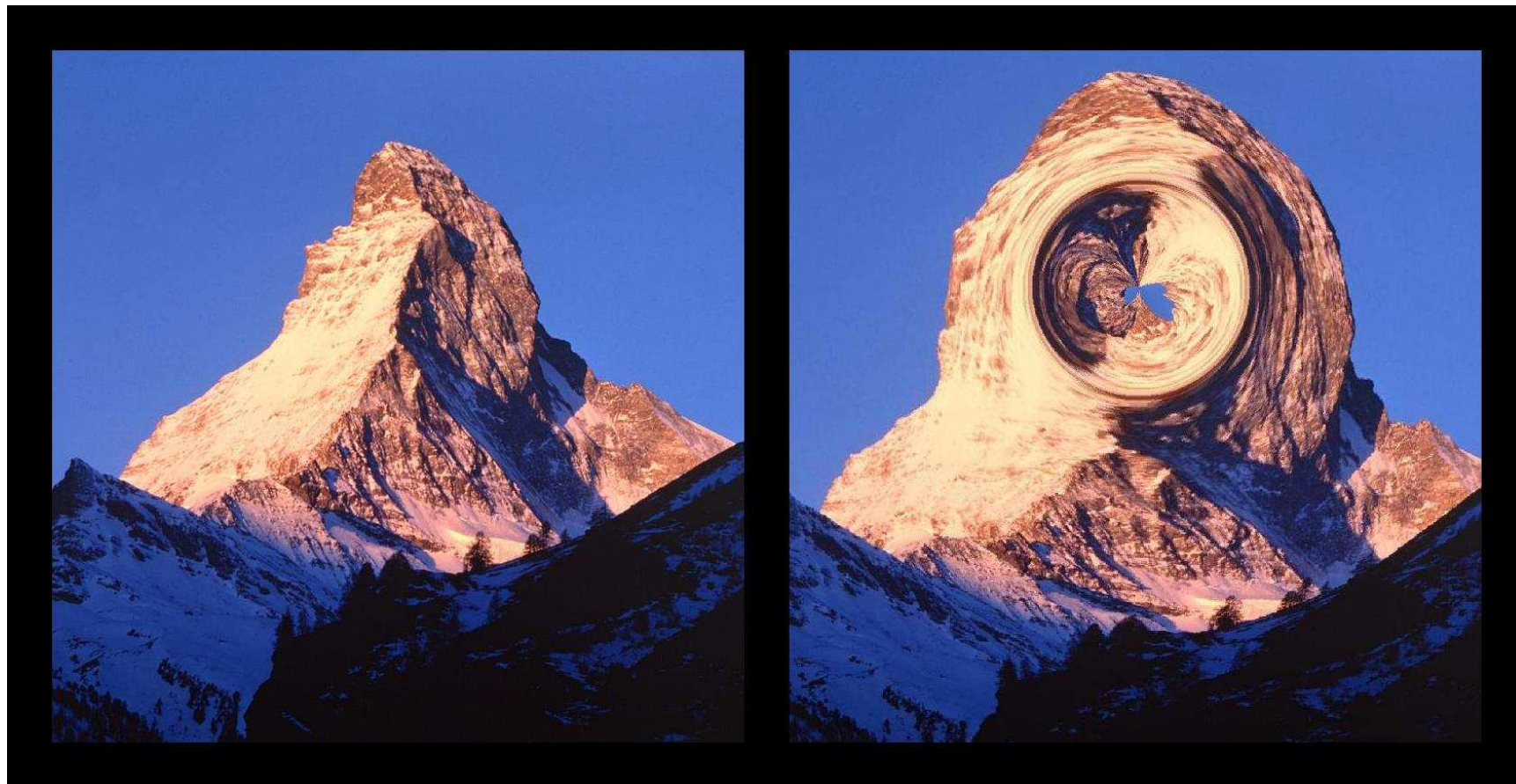


Buraco negro no centro da galáxia M87.



horizonte

raio de luz circular (triângulo com 3 ângulos rasos)



Má ideia: usar um buraco negro para esconder uma montanha.

Algumas perguntas de Matemática

- Alguém me consegue vencer no jogo do galo? E no jogo do Nim?
- O que têm em comum um pato e um barco?
- Onde está o arco-íris?
- Pode um triângulo ter três ângulos retos?
- Será o espaço curvo?