

# Buracos Negros: uma *leve* abordagem

Ana Branca

14 de Julho de 2016

## Resumo

Devido à minha curiosidade desde os tempos em que andava no secundário, decidi aproveitar a cadeira de Projecto de Licenciatura para aprofundar os meus conhecimentos sobre qual a matemática dos buracos negros.

Começa-se por introduzir a Teoria da Relatividade. Primeiramente pela Relatividade Restrita, englobando os seus postulados e a métrica de Minkowski, e depois enriquece-se com alguns conceitos de Geometria, terminando na Relatividade Geral. Em seguida explica-se *o que é* um buraco negro, como se regem as partículas e os fótons na sua vizinhança e como é que este é gerado. Tudo é feito segundo uma abordagem acessível, pouco formal. Por fim apresentam-se alguns factos a título de curiosidade e divaga-se sobre como será o futuro.

## Conteúdo

<b>1</b>	<b>Conceitos Fundamentais</b>	<b>1</b>
1.1	Relatividade Restrita . . . . .	2
1.2	Métrica de Minkowski . . . . .	2
1.3	Alguma Geometria . . . . .	4
1.4	Relatividade Geral . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Buracos Negros</b>	<b>6</b>
2.1	Comportamento das partículas e fótons na métrica de Schwarzschild	7
2.2	Emissão de um fóton por uma partícula dentro de $r = 2M$ . . . . .	9
2.3	Formação de buracos negros . . . . .	10
2.4	Algumas características dos buracos negros . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Divagações sobre o futuro</b>	<b>11</b>

## 1 Conceitos Fundamentais

Com o intuito de que tudo o que seja aqui abordado seja minimamente compreendido por qualquer pessoa com os conhecimentos adquiridos até ao 3º ano da Licenciatura, serão dados alguns conceitos sobre Geometria Riemaniana bem como de Relatividade Restrita e Geral. Estes não serão muito aprofundados, pois o seu conteúdo não conseguiria ser todo abordado num trabalho deste género. Contudo, caso seja do vosso interesse aprofundar o conhecimento, aconselho consultar [2, 3].

## 1.1 Relatividade Restrita

Tudo começou pela formulação da Teoria da Relatividade Restrita, publicada por Einstein em 1905, que surgiu para complementar a mecânica de Newton quando estão envolvidas elevadas velocidades. Esta é deduzida apenas por dois postulados formulados por Galileu e o próprio Einstein, respectivamente:

1. *Princípio da Relatividade*: os resultados de qualquer experiência realizada por um observador não dependem da sua velocidade relativa face a outros observadores que não estejam envolvidos na experiência. Nomeadamente, nenhuma experiência consegue medir a velocidade absoluta de um observador
2. *Universalidade da velocidade da luz*: relativamente a qualquer observador não acelerado, a velocidade da luz é dada por  $c = 3 \times 10^8 \text{ms}^{-1}$

Este último postulato tem como consequência o facto de dois observadores não acelerados distintos, ao medirem a velocidade de um mesmo fóton, obterem sempre que este se encontra a  $3 \times 10^8 \text{ms}^{-1}$ , independentemente de qual seja o movimento entre os observadores.

## 1.2 Métrica de Minkowski

No início do século XX houve um significativo progresso em relação à Teoria da Relatividade. Hermann Minkowski compreendeu que podia ser reformulada representando o espaço-tempo através de uma geometria a quatro dimensões.

O espaço-tempo de Minkowski corresponde ao conjunto de todos os acontecimentos, podendo estes serem representados em  $\mathbb{R}^4$  por  $(x, y, z, t)$ , onde  $(x, y, z)$  corresponde ao ponto (no espaço) onde o acontecimento se sucedeu e  $t$  o instante que é registado por um observador em repouso no referencial escolhido. Adoptando esta geometria, passamos a considerar a velocidade da luz como factor de conversão, adoptando esta o valor 1 (número adimensional). Fazemo-lo de modo a que as coordenadas de um acontecimento sejam tratadas igualmente.

Temos então que o intervalo de tempo  $ds$  dado por um relógio que se mova a velocidade constante entre dois acontecimentos  $(x_1, y_1, z_1, t_1)$  e  $(x_2, y_2, z_2, t_2)$  é dado por

$$\begin{aligned} ds^2 &= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - (t_2 - t_1)^2 \\ &= dx^2 + dy^2 + dz^2 - dt^2 \end{aligned}$$

De acordo com esta métrica, conseguimos deduzir um importante resultado: o intervalo entre quaisquer dois eventos é o mesmo para qualquer observador inercial  $\Delta s^2 = \Delta \bar{s}^2$ . Desta maneira somos capazes de classificar a relação entre eventos:

- $ds^2 < 0 \rightarrow$  eventos separados por um intervalo de tipo *tempo*
- $ds^2 = 0 \rightarrow$  eventos separados por um intervalo de tipo *luz*
- $ds^2 > 0 \rightarrow$  eventos separados por um intervalo de tipo *espaço*

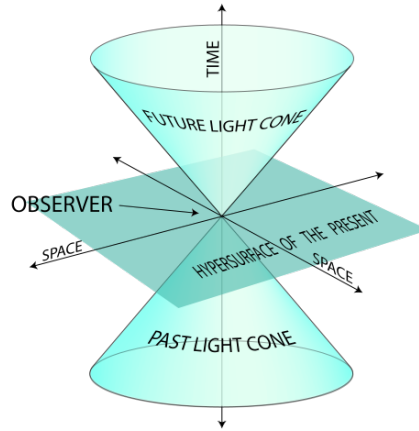


Figura 1: *Cone de luz*: no interior do cone encontram-se os eventos de tipo tempo, na fronteira os eventos de tipo luz e no exterior os eventos de tipo espaço

Dado que assumimos que nada se move mais rápido que a luz - caso isso fosse possível contradizíamos os postulados já mencionados - temos que todas as trajetórias que as partículas podem assumir são de tipo tempo. Pela mesma razão, os eventos de tipo luz estão unicamente relacionadas com as trajetórias dos fótons, sendo estes representados por rectas de declive  $\pm 1$  na geometria de Minkowski.

Obtemos ainda outros resultados interessantes que não serão totalmente explorados com pormenor neste trabalho: a dilatação do tempo e a contracção do espaço.

Supondo dois referenciais inerciais  $\mathcal{O}$  e  $\mathcal{O}'$ , onde  $\mathcal{O}'$  se move a velocidade  $v$  e com direcção  $x$  relativamente a  $\mathcal{O}$ , temos que o *tempo próprio*  $\Delta\tau$  em  $\mathcal{O}'$  é dado por

$$\Delta\tau = \sqrt{-\Delta s^2} = \sqrt{\Delta t^2 - \Delta x^2} = \Delta t \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)^2} = \Delta t \sqrt{1 - v^2}$$

o que indica que ocorre uma *dilatação do tempo*.

Por exemplo, consideremos o famoso Paradoxo dos Gémeos. Temos dois gémeos a Alice e o Bernardo que são separados à nascença. O Bernardo parte a 90% da velocidade da luz para uma estação espacial a 9 anos-luz da Terra, ao passo que a Alice fica na Terra - que constitui aproximadamente um referencial inercial. Segundo o referencial da Terra, temos que ao fim de 10 anos o Bernardo alcança a estação espacial, sendo que logo após parte novamente em direcção da Terra a 90% da velocidade da luz. Quando os irmãos reencontram-se, a Alice tem 20 anos. Mas será que o Bernardo também tem 20 anos?

Pela fórmula da dilatação do tempo temos que para o Bernardo passaram-se

$$20\sqrt{1 - 0.9^2} \approx 9 \text{ anos}$$

havendo portanto uma enorme diferença face à sua irmã gémea.

Especialmente para o leitor mais céptico, recomendo que pesquise sobre Paradoxo dos Gémeos, que pode ser encontrado bem aprofundado e trabalhado em [1, 2] incluindo também exemplos sobre a contracção do espaço.

### 1.3 Alguma Geometria

Para ficarmos melhor situados, são necessários ainda alguns conceitos de Geometria Riemanniana e Diferencial, dado que esta é a *língua* que Einstein, Minkowski e outros físicos e matemáticos usaram para expressar os seus belos modelos e ideias.

Considerando um espaço vectorial  $V$ , começamos por definir um *covector* como sendo um elemento do dual de  $V$  (igualmente espaço vectorial). Temos por exemplo que o gradiente de um campo escalar no caso em que  $V = \mathbb{R}^4$  é um covector

$$d\phi = \left( \frac{\partial\phi}{\partial t}, \frac{\partial\phi}{\partial x}, \frac{\partial\phi}{\partial y}, \frac{\partial\phi}{\partial z} \right)$$

A derivada de um vector é dada por

$$\frac{\partial\vec{e}_\alpha}{\partial x_\beta} = \Gamma_{\alpha\beta}^\mu \vec{e}_\mu$$

onde  $\Gamma_{\alpha\beta}^\mu$  é denominado *símbolo de Christoffel*, que é entendido como a  $\mu$ -ésima componente de  $\frac{\partial\vec{e}_\alpha}{\partial x_\beta}$ . O seu índice  $\alpha$  indica qual o vector base a derivar; o índice  $\beta$  indica qual a coordenada sobre a qual derivamos e o índice  $\mu$  indica qual a componente de vector resultante. Pela chamada *convenção de Einstein*, o facto de o índice  $\mu$  se repetir em cima em  $\Gamma$  e em baixo no vector base significa que há um somatório dos  $\Gamma_{\alpha\beta}$  associados ao respectivo vector base, sendo a derivada dada pela soma de todas essas componentes.

Por exemplo, no caso das coordenadas polares consideramos a transformação

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta = \arctan(y/x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases}$$

Dado que  $\vec{e}_x$  e  $\vec{e}_y$  são campos vectoriais constantes temos

$$\frac{\partial\vec{e}_r}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r}(\cos \theta \vec{e}_x + \sin \theta \vec{e}_y) = 0$$

$$\frac{\partial\vec{e}_r}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \theta}(\cos \theta \vec{e}_x + \sin \theta \vec{e}_y) = \frac{1}{r} \vec{e}_\theta$$

$$\frac{\partial\vec{e}_\theta}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r}(r \cos \theta \vec{e}_y - r \sin \theta \vec{e}_x) = \frac{1}{r} \vec{e}_\theta$$

$$\frac{\partial\vec{e}_\theta}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \theta}(r \cos \theta \vec{e}_y - r \sin \theta \vec{e}_x) = r \vec{e}_r$$

Daqui extraímos os valores dos símbolos de Christoffel

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{e}_r}{\partial r} = 0 \Rightarrow \Gamma_{rr}^\mu = 0, \forall \mu \\ \frac{\partial \vec{e}_r}{\partial \theta} = \frac{1}{r} \vec{e}_\theta \Rightarrow \Gamma_{r\theta}^\theta = 1/r, \Gamma_{r\theta}^r = 0 \\ \frac{\partial \vec{e}_\theta}{\partial r} = -\frac{1}{r} \vec{e}_r \Rightarrow \Gamma_{\theta r}^\theta = 1/r, \Gamma_{\theta r}^r = 0 \\ \frac{\partial \vec{e}_\theta}{\partial \theta} = -r \vec{e}_r \Rightarrow \Gamma_{\theta\theta}^\theta = 0, \Gamma_{\theta\theta}^r = -r \end{cases}$$

Embora aqui não seja muito evidenciado, uma das vantagens dos símbolos de Christoffel é que estes permitem expressar as derivadas sem necessitar de recorrer a outras coordenadas, neste caso em concreto sem recorrer a outras coordenadas para além das polares.

Além disso, graças aos símbolos de Christoffel conseguimos expressar o *tensor curvatura de Riemann* como

$$R_{\beta\mu\nu}^\alpha = \Gamma_{\beta\nu,\mu}^\alpha - \Gamma_{\beta\mu,\nu}^\alpha + \Gamma_{\theta\mu}^\alpha \Gamma_{\beta\nu}^\theta - \Gamma_{\theta\nu}^\alpha \Gamma_{\beta\mu}^\theta$$

onde  $\Gamma_{\beta\nu,\mu}^\alpha = \frac{\partial \Gamma_{\beta\nu}^\alpha}{\partial x^\mu}$ .

Temos que a curvatura de uma variedade é caracterizada por  $R_{\beta\mu\nu}^\alpha$ , nomeadamente  $R_{\beta\mu\nu}^\alpha = 0$  é equivalente a afirmar que nos encontramos numa variedade plana.

Após muitos anos de trabalho, Einstein conseguiu deduzir as famosas *equações de campo* dadas por

$$G^{\alpha\beta} = 8\pi T^{\alpha\beta}$$

onde

$$G^{\alpha\beta} = R^{\alpha\beta} - \frac{1}{2} R g^{\alpha\beta}$$

é o *tensor de Einstein*, sendo

$$R_{\alpha\beta} = R_{\alpha\mu\beta}^\mu \quad \text{e} \quad R = g^{\alpha\beta} R_{\alpha\beta}$$

o *tensor de Ricci* e a *curvatura escalar*, e  $T^{\alpha\beta}$  é o *tensor energia-momento*.

## 1.4 Relatividade Geral

Embora a Geometria de Minowski parecesse ser uma boa solução para as equações de Einstein, esta não incluía a gravidade nem satisfazia as Leis de Newton para qualquer sistema de coordenadas, apenas para os inerciais. Tal como o nome indica, a Relatividade Restrita é um caso particular da Relatividade Geral.

Esta última rege-se essencialmente por quatro postulados:

1. o conjunto de todos os eventos é uma variedade de dimensão 4 com uma métrica
2. a distância entre dois pontos é dada por  $(d\vec{x}.d\vec{x})^{1/2}$  e o tempo entre dois eventos separados no tempo é dado por  $(-d\vec{x}.d\vec{x})^{1/2}$
3. *Princípio da Equivalência*: a trajectória de uma partícula em queda livre não depende da sua composição
4. *Princípio da Equivalência de Einstein*: qualquer experiência física que não envolva gravidade terá o mesmo resultado quer seja realizada segundo um referencial inercial em queda livre quer realizada no espaço-tempo plano da Relatividade Restrita

Foi graças a esta *nova* relatividade que surgiram os buracos negros e até mesmo de onde surgiu a explicação para a criação de interessantes corpos celestes, como anãs brancas.

Antes de nos aventurarmos mais sobre esses campos, debrucemo-nos primeiro sobre como se deduz a métrica destes corpos.

Um *espaço-tempo estático* é tal que:

1. todas as componentes da métrica são independentes do tempo  $t$
2. a geometria não se altera caso se inverta a direcção do tempo

Esta última condição simplifica o cálculo da métrica de qualquer espaço-tempo estático esfericamente simétrico, sendo que é dada por

$$ds^2 = -e^{2\phi} dt^2 + e^{2\Lambda} dr^2 + r^2 d\Omega^2$$

onde  $\phi(r)$  e  $\Lambda(r)$  são descobertos devido às equações de Einstein e as hipóteses formuladas. No caso da métrica de Schwarzschild temos que  $\phi(r)$  é encontrado graças ao facto de que na região exterior das estrelas temos que a densidade de energia e a pressão são nulas  $\rho = p = 0$ :

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dr} &= 0 \\ \frac{d\phi}{dr} &= \frac{m}{r(r-2m)} \\ \Rightarrow \begin{cases} m(r) = M = \text{constante} \\ e^{2\phi} = 1 - \frac{2M}{r} \end{cases} \end{aligned}$$

por supormos que  $\phi \rightarrow 0$  quando  $r \rightarrow \infty$ .

Assim obtemos a *métrica de Schwarzschild*

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2$$

Esta métrica tem a propriedade de ser a única métrica esfericamente simétrica e assintoticamente plana - isto é  $\lim_{r \rightarrow \infty} \phi(r) = \lim_{r \rightarrow \infty} \Lambda(r) = 0$  - que satisfaz as equações de campo de Einstein no vácuo. De acordo com o Teorema de Birkhoff isto mostra que qualquer estrela em colapso ou que pulsa radialmente tem uma métrica estática exterior constante de massa  $M$ .

## 2 Buracos Negros

Decerto que a maior parte das pessoas já ouviu falar sobre buracos negros e sente uma pitada de curiosidade pelo assunto - especialmente com os actuais progressos que se andam a realizar em relação às ondas gravitacionais e de que maneira elas podem clarificar muitos dos mistérios do nosso Universo, incluindo os buracos negros.

Antes de tentarmos perceber de que maneira a luz e partículas se comportam na vizinhança dos buracos negros, recorrendo aos conceitos relativistas introduzidos, comecemos por perceber de que maneira se comportam as partículas na métrica de Schwarzschild.

## 2.1 Comportamento das partículas e fotões na métrica de Schwarzschild

Pelo Princípio da Equivalência Fraco, temos que as trajectórias possíveis de uma qualquer partícula num campo gravitacional não dependem da sua composição, mas sim apenas da sua posição e velocidade. Como tal, pretendemos saber se o facto de uma partícula conseguir escapar do campo gravitacional de um corpo depende apenas da sua velocidade.

Pelas Leis da Conservação da Energia, uma partícula lançada da superfície de uma estrela de massa  $M$  e raio  $R$  apenas consegue escapar, isto é, não ocorrer o caso de ser lançada e passar a orbitar a estrela, se verificar

$$\frac{1}{2}v^2 = \frac{GM}{R} \Rightarrow R = \frac{2GM}{c^2} = 2M$$

onde consideramos  $v = c = 1$  e  $G = 1$ . Assim obtemos que o critério para uma estrela ser invisível é que esta tenha um raio  $R = \frac{2GM}{c^2}$ . Ou seja, obtemos o raio de um buraco negro.

Abordamos agora o mesmo problema segundo uma perspectiva Relativista, estudando as trajectórias das partículas e dos fotões.

Devido às diversas simetrias do nosso espaço-tempo, a partir dos valores das quantidades conservadas conseguimos determinar a trajectória completamente. A independência temporal existente na métrica implica que a energia é constante em toda a trajectória, pelo que de considerando o 4-momento (o momento relativista análogo ao momento na mecânica Newtoniana)

$$\text{partículas: } E_p = \frac{-p_0}{m}$$

$$\text{fotões: } E = -p_0$$

Pela independência da métrica relativamente ao ângulo  $\phi$  temos que o momento angular  $p_\phi$  é constante, pelo que

$$\text{partículas: } L_p = \frac{p_\phi}{m}$$

$$\text{fotões: } E = p_\phi$$

Graças à simetria esférica, o movimento da partícula está confinada num único plano que contenha a origem da esfera, o que nos permite fixar  $\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{d\phi}{d\lambda} = 0$  com  $\lambda$  um qualquer parâmetro afim da órbita. Como  $p^\theta$  é proporcional a  $\frac{d\phi}{d\lambda}$ ,  $p^\theta = 0$ . Assim as outras componentes do momento são dadas por

partículas:

$$p^0 = m \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} E_p$$

$$p^r = m \frac{dr}{d\tau}$$

$$p^\phi = m \frac{1}{r^2} L_p$$

fotões:

$$p^0 = \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} E$$

$$p^r = m \frac{dr}{d\lambda}$$

$$p^\phi = \frac{d\phi}{d\lambda} = \frac{L}{r^2}$$

Por fim, a partir da relação  $\vec{p} \cdot \vec{p} = -m^2$  obtemos as respectivas equações das trajectórias partículas:

$$\left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 = E_p^2 - \left(1 + \frac{2M}{r}\right) \left(1 + \frac{L_p^2}{r^2}\right)$$

fotões:

$$\left(\frac{dr}{d\lambda}\right)^2 = E^2 - \left(1 + \frac{2M}{r}\right) \frac{L_p^2}{r^2}$$

À primeira vista estas parecem definir trajectórias regulares. Mas as questões iniciais mantêm-se. O que acontece às partículas e aos fotões quando  $r = 2M$ ? Qual é o tempo próprio medido quando uma partícula cai na superfície  $r = 2M$  a partir de uma altura  $R$  finita? A natureza destas questões era de tal forma subtil que apenas em 1960 foi encontrada uma resposta satisfatória.

Dado que  $d\phi = 0 \Rightarrow L_p = 0$ , obtemos

$$\left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 = E_p^2 - 1 + \frac{2M}{r} \Rightarrow d\tau = -\frac{dr}{(E_p^2 - 1 + 2M/r)^{1/2}}$$

Temos então três casos a analisar:

1.  $E^2 > 1$ : encontramos-nos no caso de uma partícula livre (ou seja, a qual não está limitada pela gravidade) onde o integral da equação acima é dado por

$$\frac{r\sqrt{\frac{2M}{r} + e^2 - 1}}{e^2 - 1} + \frac{M \log\left(r\left(\sqrt{e^2 - 1}\sqrt{\frac{2M}{r} + e^2 - 1} + e^2 - 1\right) + M\right)}{(e^2 - 1)^{3/2}}$$

que é finito, dado não haverem singularidades

2.  $E^2 = 1$ : neste caso a partícula está a cair em repouso a partir de  $\infty$

$$\Delta\tau = \frac{4M}{3} \left[ \left(\frac{r}{2M}\right)^{3/2} \right]_{2M}^R$$

que é igualmente finito

3.  $E^2 < 1$ : correspondente ao caso em que a partícula não se pode afastar mais do que  $r$ , onde  $1 - E_p^2 = \frac{2M}{r}$ , cujo integral é igual ao do ponto (1) e portanto finito

Concluimos portanto que qualquer partícula consegue atingir o *horizonte*  $r = 2M$  do buraco negro em tempo (próprio) finito.

Mas, qual será o tempo que passou para a partícula enquanto ela se encontrava em queda?

Considerando

$$U^0 = \frac{dt}{d\tau} = \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} E_p$$



obtemos

$$dt = \frac{E_p}{1 - 2M/r} d\tau = \frac{E_p}{(1 - 2M/r)(E_p^2 - 1 + 2M/r)^{1/2}}$$

Sem perda de generalidade, considere-se  $E_p = 1$  e  $\epsilon = r - 2M$ . Então

$$dt = -\frac{(\epsilon + 2M)^{3/2}}{(2M)^{1/2}\epsilon} d\epsilon \Rightarrow \Delta t = -\int \frac{(\epsilon + 2M)^{3/2}}{2M^{1/2}\epsilon} d\epsilon \xrightarrow{\epsilon \rightarrow 0} \ln(\epsilon) \rightarrow +\infty$$

O mesmo se sucede para  $E_p \neq 1$ , uma vez que a expressão que provoca a singularidade é  $(1 - 2M/r)^{-1}$ , que não depende de  $E_p$ . Desta maneira temos que a partícula apenas atinge a superfície  $r = 2M$  após infinito tempo. Isto contradiz o facto do tempo próprio ser finito. Aprofundemos portanto o que se passa após a partícula alcançar  $r = 2M$ .

Através do cálculo das componentes  $R_{\beta\mu\nu}^\alpha$  do tensor de Riemann em referenciais inerciais locais obtemos que estas são finitas, o que nos leva a concluir que a partícula continua em movimento. Tendo em atenção a geometria dentro de  $r = 2M$  temos que

$$ds^2 = \frac{\epsilon}{2M - \epsilon} dt^2 - \frac{2M - \epsilon}{\epsilon} d\epsilon^2 + (2M - \epsilon^2) d\Omega^2$$

Como dentro da superfície na posição  $r'$ ,  $\epsilon = 2M - r' > 0$  temos que para valores  $t, \theta, \phi$  constantes, a curva é de tipo tempo  $t$  (já que  $ds^2 > 0$ ). Logo  $\epsilon$ , e portanto  $r$  também, são coordenadas do tipo tempo e  $t$  do tipo espaço.

O facto das partículas seguirem uma trajectória do tipo tempo, leva à diminuição do  $r'$  à medida que o tempo aumenta, fazendo com que estas acabem por atingir  $r' = 0$ . Aí surge uma singularidade, na qual a partícula é sujeita a forças infinitas. Tudo isto é provado calculando os símbolos de Christoffel e as respectivas componentes do tensor de Riemann segundo a métrica de Schwarzschild, que posteriormente possibilitam o cálculo do *invariante de Kretschmann*

$$K = R_{\alpha\beta\mu\nu} R^{\alpha\beta\mu\nu}$$

Na métrica que estamos a considerar este toma o valor de

$$K = \frac{48G^2M^2}{r^6} \xrightarrow{r \rightarrow 0} +\infty$$

o que prova a existência da dita singularidade.

## 2.2 Emissão de um fotão por uma partícula dentro de $r = 2M$

Quais são as possibilidades de conseguir enviar sinais (por exemplo rádio) de dentro de um buraco negro? Poderíamos assim estudar muito mais detalhadamente o buraco negro em si e a maneira como este interagia connosco, mandando por exemplo um satélite para dentro de um buraco negro. Mas será isto possível? A resposta (infelizmente) é negativa.

Seja qual for a direcção que tome, caso um fotão seja emitido por uma partícula, este também avançará no tempo, o que levará à diminuição de  $r$  até

ao valor  $r = 0$ , onde se encontra a singularidade. Ou seja, o fóton não conseguirá sair.

Concluimos portanto que tudo - partículas ou fótons - o que esteja dentro de  $r = 2M$  encontra-se preso lá dentro, inevitavelmente acabando na singularidade, sem nunca ser visto por um observador situado fora de  $r = 2M$ . Devido a esta propriedade, a superfície  $r = 2M$  é denominada de *horizonte de eventos*, sendo definida como "uma fronteira no espaço-tempo entre eventos que comunicam com observadores exteriores e os que não o conseguem fazer".

Esta singularidade e o próprio horizonte de eventos trazem inúmeras questões ainda actualmente por resolver. Para um melhor estudo dos mesmos, matemáticos e físicos tendem a recorrer a métodos que a Geometria Diferencial oferece, como adoptar novos sistemas de coordenadas (por exemplo as coordenadas de Kruskal-Szekeres). Mais informação poderá ser consultada em [2].

### 2.3 Formação de buracos negros

Agora que já entendemos melhor o que é um buraco negro e como é constituído, passemos a ver o que é que desencadeia o seu surgimento.

Resumidamente, os buracos negros surgem devido ao colapso de enormes quantidades de matéria em algo de tão pequena dimensão, que o campo gravitacional *suga* tudo o que se encontra no interior de uma dada vizinhança, gerando assim o horizonte de eventos.

Embora tenhamos estudado apenas o horizonte de eventos associado a uma métrica esfericamente simétrica e assintoticamente plana, os buracos negros poderão ser formados em condições muito mais dinâmicas, onde essas suposições não são válidas. Não é por isso que o horizonte de eventos deixa de ser válido. O facto de se tratar de um sistema mais dinâmico *apenas* torna o cálculo da posição do horizonte mais complicado.

Normalmente os buracos negros estão associado à morte das estrelas de grandes dimensões. Para que possam fundir o seu núcleo maciço para gerar energia, estas sofrem a acção de poderosas forças gravitacionais. Quando as forças de repulsão não conseguem contrabalançar as de atracção, a estrela colapsa.

### 2.4 Algumas características dos buracos negros

Dado que esta é uma matéria recente, com poucos fundamentos práticos e com muita teoria associada, passamos a enunciar alguns factos sem os provar.

1. Caso o buraco negro não se encontre no vácuo, a sua estrutura pode reflectir outras características como ter associada uma carga eléctrica ou um momento magnético
2. Caso o colapso gravitacional seja *quase-esférico*, temos que após as *características* não-esféricas serem libertadas, sob a forma de ondas gravitacionais, obtemos um *buraco negro estacionário*. Estes são caracterizados apenas pela sua massa e pelo seu momento angular, definidos por factores exteriores como pelo campo gravitacional exterior
3. Pelo Teorema de Hawking, a área dos horizontes dos buracos negros não diminui em função do tempo, qualquer que seja o processo dinâmico envolvente

4. Admite-se a existência de um buraco negro *supermassivo* (aproximadamente  $4.3 \times 10^6 M_{\odot}$ , ou seja,  $4.3 \times 10^6$  massas solares) no centro da nossa galáxia. Foi descoberto através da observação e medição da posição das estrelas ao longo de vários anos. Constatou-se que as estrelas e outros corpos celestes tinham em comum um ponto sobre o qual orbitavam. Um corpo escuro de enorme massa: o buraco negro *Sagittarius A\** [4]
5. Crê-se que os buracos negros satisfazem as quatro *Leis da Mecânica dos Buracos Negros* que são análogas às Leis da Termodinâmica [5]

### 3 Divagações sobre o futuro

Como já foi referido, actualmente têm sido feito consideráveis progressos na área da Cosmologia. Principalmente devido aos resultados decorrentes das observações efectuadas no LIGO [6]. A última descoberta foi ainda este mês, na qual foi detectado um sinal emitido por dois buracos negros na sua órbita final, continuando até os buracos negros se terem transformado num só.

Creio que um dos próximos passos gigantescos será descobrir de que maneira a Teoria da Relatividade e a Mecânica Quântica se relacionam. De que maneira se explicam uma à outra. A radiação de Hawking foi uma tentativa de tal. Esta diz-nos que os buracos negros emitem radiação térmica devido a efeitos quânticos.

Contudo isto são campos ainda muito dúbios. Até mesmo quanto à matéria dos buracos negros. Existem algumas teorias melhor ou pior constituídas que negam a sua existência - mas creio que isso é algo sempre presente em toda a Física.

Resta-nos portanto esperar, ou melhor, fazer por alcançar novos resultados nestes campos, pois literalmente, temos um Universo inteiro por descobrir (!)

## Referências

- [1] José Natário, *General Relativity Without Calculus*, Springer
- [2] Bernard Schutz, *A First Course in General Relativity*, 2nd Edition, Cambridge University Press
- [3] Leonor Godinho, Jose Natário, *An Introduction to Riemannian Geometry: With Applications to Mechanics and Relativity*, Springer
- [4] [http://www.nasa.gov/mission\\_pages/chandra/multimedia/black-hole-SagittariusA.html](http://www.nasa.gov/mission_pages/chandra/multimedia/black-hole-SagittariusA.html)
- [5] James Bardeen, Brandon Carter, Stephen Hawking, *The four laws of black hole mechanics*, Communications in Mathematical Physics (1973)
- [6] <https://www.ligo.caltech.edu/news>