

Relatividade Matemática

Ficha 9

A entregar até à aula de Segunda-feira dia 4 de Maio

1. Considere a métrica

$$ds^2 = \alpha du^2 - 2 du dr + 2\beta_A du dx^A + \gamma_{AB} dx^A dx^B$$

($A, B = 2, 3$).

(a) Mostre que os símbolos de Christoffel satisfazem

$$\Gamma_{ur}^u = \Gamma_{rr}^u = \Gamma_{rA}^u = \Gamma_{rr}^r = \Gamma_{rr}^A = 0 \quad \text{and} \quad \Gamma_{rB}^A = \gamma^{AC} \beta_{CB},$$

onde $(\gamma^{AB}) = (\gamma_{AB})^{-1}$ and $\beta_{AB} = \frac{1}{2} \frac{\partial \gamma_{AB}}{\partial r}$.

(b) Conclua que

$$R_{rr} = -\frac{\partial}{\partial r} (\gamma^{AB} \beta_{AB}) - \gamma^{AB} \gamma^{CD} \beta_{AC} \beta_{BD}.$$

2. Explique porque é que o teorema de Penrose não se aplica aos seguintes espaço-tempos geodesicamente completos:

- (a) Espaço-tempo de Minkowski;
- (b) Universo de Einstein;
- (c) Universo de de Sitter;
- (d) Universo de anti-de Sitter.