Relatividade Matemática

Ficha 14

A entregar até Terça-feira dia 15 de Junho

Seja γ a métrica Riemanniana esfericamente simétrica definida em $\mathbb{R}^3$ por

$$\gamma = \frac{dr^2}{1 - \frac{2m(r)}{r}} + r^2 \left(d\theta^2 + \operatorname{sen}^2 \theta d\varphi^2 \right),$$

onde m é uma função de classe C^∞.

1. Verifique que em coordenadas Cartesianas se tem

$$\gamma_{ij} = \delta_{ij} + \frac{\frac{2m(r)}{r^3}}{1 - \frac{2m(r)}{r}} x^i x^j.$$

2. Mostre que se existe

$$M = \lim_{r \to \infty} m(r)$$

então γ é assimptoticamente plana e a sua massa ADM é M.

3. Conclua que se o desenvolvimento globalmente hiperbólico máximo de $(\mathbb{R}^3, \gamma, 0)$ é estacionário então a sua massa ADM coincide com a sua massa de Komar (para uma normalização apropriada do campo de Killing).

4. Verifique que a curvatura escalar de γ é

$$R = \frac{4}{r^2} \frac{dm}{dr}.$$

5. Prove o Teorema da Massa Positiva para a métrica γ.