Mecânica Geométrica

Ficha 5

A entregar até à aula de quarta-feira dia 23 de outubro

1. Mostre que existe um isomorfismo linear $\Omega : \mathfrak{so}(3) \to \mathbb{R}^3$ tal que

$$A\xi = \Omega(A) \times \xi$$

para todo o $\xi \in \mathbb{R}^3$ e $A \in \mathfrak{so}(3)$. Prove ainda que

$$\Omega([A, B]) = \Omega(A) \times \Omega(B)$$

para todo o $A, B \in \mathfrak{so}(3)$, ou seja, Ω é um isomorfismo de álgebras de Lie entre $(\mathfrak{so}(3), [\cdot, \cdot])$ e $(\mathbb{R}^3, \times)$.

2. Mostre que se distribuição de massa da configuração de referência de um corpo rígido com um ponto fixo é simétrica por reflexão em relação a um plano que contém o ponto fixo então um dos eixos principais de inércia é perpendicular ao plano.

3. (a) Mostre que os momentos principais de inércia de um disco homogéneo satisfazem $I_1 = I_2 = \frac{1}{2} I_3$.
   (b) Use as equações de Euler para mostrar que para movimentos de rotação próximos da rotação (estável) em torno de e_3 o eixo do disco precessa (i.e. roda) em relação a um observador inercial com frequência aproximadamente dupla da frequência de rotação. (**Nota:** Este facto é referido no livro *"Está a brincar, Sr. Feynman!"* a propósito de um prato atirado ao ar).