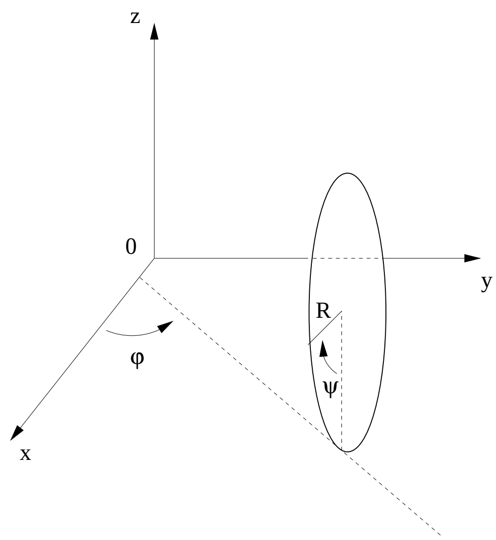
8^{a} ficha de exercícios de Mecânica Geométrica

30 de Abril de 2002

1. Mostre que se a distribuição Σ é dada localmente pelos núcleos das formas $\omega^1, \ldots, \omega^{n-m}$,
$$\Sigma = \ker(\omega^1) \cap \ldots \cap \ker(\omega^{n-m}),$$
então Σ é integrável *sse*
$$d\omega^i \wedge \omega^1 \wedge \ldots \wedge \omega^{n-m} = 0$$
para $i = 1, \ldots, n-m$.



2. Uma roda de raio R rolando no plano xOy sem escorregar define no espaço de configurações $Q = S^1 \times S^1 \times \mathbb{R}^2 \ni (\varphi, \psi, x, y)$ a restrição
$$\Sigma = \ker(dx - R\cos\varphi d\psi) \cap \ker(dy - R\operatorname{sen}\varphi d\psi).$$
   a) Mostre que se trata de uma restrição não holónoma.
   b) Mostre que existe um caminho compatível com esta restrição unindo dois quaisquer pontos do espaço de configurações.
   c) Supondo que a energia cinética da roda é dada por
   $$K = \frac{I}{2}\dot{\psi}^2 + \frac{J}{2}\dot{\varphi}^2 + \frac{M}{2}\left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2\right)$$
   escreva as equações do movimento e resolva-as. Qual o significado físico da força de reacção?