# Cálculo Diferencial e Integral II

## Exercício Teórico 3

1. (a) Mostre que se $A \subset \mathbb{R}^n$ é compacto e $f : A \to \mathbb{R}$ é contínua então $f$ é **uniformemente contínua**, isto é, para todo o $\varepsilon > 0$ existe $r > 0$ tal que

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\| < r \Rightarrow |f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{y})| < \varepsilon.$$

   (b) Mostre que se $I \subset \mathbb{R}^n$ é um intervalo compacto e $f : I \to \mathbb{R}$ é contínua então o gráfico de $f$ tem conteúdo nulo em $\mathbb{R}^{n+1}$.

2. Mostre que se $I \subset \mathbb{R}^n$ é um intervalo compacto e $f : I \to \mathbb{R}$ é uma função limitada tal que o conjunto $D$ dos seus pontos de descontinuidade tem conteúdo nulo então é $f$ é integrável à Riemann.