

Análise Matemática IV

2º semestre de 2000/2001

Exercício-teste 6

Determine a solução da equação diferencial

$$\frac{dy}{dt} + 2ty = 2t$$

que satisfaz $y(0) = 2$.

Resolução

Esta equação é linear de primeira ordem. Seguindo o método geral, multiplicamos a equação por

$$e^{\int_0^t 2s ds} = e^{t^2},$$

obtendo assim

$$e^{t^2} \frac{dy}{dt} + 2te^{t^2}y = 2te^{t^2} \Leftrightarrow \frac{d}{dt} (e^{t^2}y) = 2te^{t^2} \Leftrightarrow e^{t^2}y = e^{t^2} + c \Leftrightarrow y = 1 + ce^{-t^2},$$

onde $c \in \mathbb{R}$ é uma constante. A expressão acima implica $y(0) = 1 + c$, pelo que a única solução da equação que satisfaz $y(0) = 2$ é então $y(t) = 1 + e^{-t^2}$.