Análise Matemática IV
$2^{\underline{o}}$ semestre de 2000/2001

Exercício-teste 4

Seja $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ dada por

$$f(z) = \bar{z} + cx \quad \text{para qualquer} \quad z = x + yi \in \mathbb{C},$$

e em que c é uma constante complexa. Sejam C_1 e C_2 duas curvas unindo os pontos $-i$ e i (com esta orientação), em que C_1 une $-i$ a i pelo segmento de recta e C_2 une $-i$ a i pela semicircunferência de raio 1 que pertence ao semiplano $\operatorname{Re} z \geq 0$.

(a) Calcule $\int_{C_1} f(z)\, dz$ e $\int_{C_2} f(z)\, dz$.

(b) Indique o (único) valor de c para o qual o integral ao longo de qualquer curva simples unindo $-i$ a i (com esta orientação) não depende da curva. Justifique convenientemente a resposta.