Análise Matemática III
Exercícios

Esboço de Conjuntos

1 Esboce detalhadamente os conjuntos:

a) $S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ 0 < x < 1, \ \ x^2 < y < 2x^2\}$

b) $S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ -1 < y < 1, \ \ -\sqrt{(1-y^2)} < x < 2y^2 - 1\}$

c) $S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ -1 < x < 1, \ \ x^2 - 2 < y < \sqrt{1-x^2}\}$

d) $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ 0 < x < 1, \ \ \frac{x^2}{2} < y < x^2, \ \ 0 < z < x^2\}$

e) $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ 0 < x < 1, \ \ 0 < y < 1 - x, \ \ 0 < z < x + y\}$

f) $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ 0 < x < 1, \ \ 0 < y < 1, \ \ 0 < z < x^2 + y^2\}$

g) $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ \sqrt{x^2+y^2} < z < 2 - x^2 - y^2\}$

h) $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x \geq 0, \ y \geq 0, \ 2x^2 + 2y^2 \leq z \leq 1 + x^2 + y^2\}$

i) $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ y \geq 0, \ z \geq 0, \ 2y^2 + 2z^2 \leq x \leq 1 + y^2 + z^2, \ x + 2z \leq 2\}$

j) $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2 + y^2 + \frac{z^2}{4} < 1\}$

k) $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2 + y^2 < z^2 + 1\}$

l) $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2 + y^2 < z^2 + 1, \ |z| < 1\}$

2 Esboce detalhadamente o subconjunto de $\mathbb{R}^3$ compreendido entre os planos $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ e $x + y + z = 1$. Descreva os cortes deste conjunto por planos perpendiculares ao eixo Ox.

3 Esboce detalhadamente o subconjunto de $\mathbb{R}^3$ compreendido entre os cilindros $x^2 + y^2 = 1$ e $x^2 + y^2 = 4$, o plano xOy e o parabolóide $z = x^2 + y^2$. Represente gráficamente os cortes deste conjunto pelos planos perpendiculares ao eixo Ox e pelos planos perpendiculares ao eixo Oz.

4 Esboce detalhadamente o subconjunto de $\mathbb{R}^3$ compreendido entre a esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ e o parabolóide $z = x^2 + y^2$, em que $z \geq 0$. Descreva os cortes deste conjunto por planos perpendiculares ao eixo Ox.

5 Esboce detalhadamente o subconjunto de $\mathbb{R}^3$ compreendido entre os planos $z = 0$, $x = 1$, $y = x$ e a superfície $z = xy$. Descreva os cortes deste conjunto por planos perpendiculares ao eixo Oz e também por planos perpendiculares ao eixo Oy.

6 Considere o subconjunto de $\mathbb{R}^4$ descrito por

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x^2 + y^2 \leq z^2 + t^2,\ -1 \leq t \leq 1,\ -1 \leq z \leq 1\}$$

Descreva os cortes do conjunto por planos perpendiculares ao eixo Ot.