Análise Matemática III

$1^{\underline{o}}$ Semestre 2000/2001

Eng. Informática

Responsável: José Natário
Gabinete: $4^{\underline{o}}$ Piso, Edifício de Pós-Graduação.
Telefone: 21841-7134
Email: jnatar@math.ist.utl.pt
Página da Cadeira na Web: http://www.math.ist.utl.pt/∼ jnatar/AMIII
Vitrina da Cadeira:É à saída do bar no pavilhão central. Todas as informações relevantes para o funcionamento da cadeira estarão afixadas na vitrina e disponíveis no URL acima.

Distribuição aproximada do programa por aulas teóricas
I. Integrais Múltiplos (introdução)
1. Breve apresentação e descrição do programa. Funcionamento da cadeira. Introdução aos integrais múltiplos. Intervalos em $\mathbb{R}^n$. Funções em escada e integrais de funções em escada. Recordar integral de Riemann de funções limitadas em intervalos compactos de $\mathbb{R}$ (Teorema Fundamental do Cálculo).
2. Definição e propriedades de conjuntos de contéudo nulo e de medida nula. Exemplos.
3. Funções limite superior. Integrais de funções limite superior. Exemplos, incluindo funções contínuas em intervalos compactos de $\mathbb{R}^n$.
4. Funções Integráveis. Propriedades. Exemplos.
5. Teorema de Fubini. Exemplos. Aplicação ao cálculo de volumes, centróides, massas (cargas eléctricas), centros de massa, momentos de inércia.
6. Mudanças de variáveis de integração e aplicações. Coordenadas polares, cilíndricas e esféricas.
7. Mudanças de variáveis de integração e aplicações - conclusão.

II. Curvas e Integrais de Linha
8. Curvas e caminhos. Exemplos. Propriedades. Comprimento. Integrais de linha de campos escalares. Aplicações ao cálculo de massas de filamentos, etc.
9. Integrais de linha de campos vectoriais. Trabalho de uma força.
10. Conjuntos conexos por arcos. Teorema fundamental do cálculo para integrais de linha. Conservação de energia mecânica. Campos gradientes e campos potenciais.
11. Condições necessárias e suficientes para que um campo vectorial seja gradiente. Cálculo de funções potenciais.
12. Homotopia. Invariância de integrais de campos fechados sobre caminhos homotópicos. Teorema de Green.

III. Teoremas da Função Inversa e da Função Implícita
13. Teorema da função inversa e aplicações.
14. Conclusão do estudo do Teorema da função inversa.
15. Teorema da função implícita e aplicações.
16. Conclusão do estudo do Teorema da função implícita.

IV. Variedades Diferenciais
17. Motivação da noção de variedade diferencial. Definição. Variedades definidas parametricamente. Exemplos.
18. Variedades como gráficos de funções e como conjuntos de nível. Variedades definidas por equações Cartesianas. Espaço tangente e espaço normal. Exemplos.
19. Conclusão da matéria anterior. Extremos condicionados. Método dos multiplicadores de Lagrange.

V. Integrais sobre Variedades
20. Comprimentos, áreas, volumes.
21. Integrais em variedades. Relevo para o caso de superfícies em $\mathbb{R}^3$.
22. Domínios regulares, normal exterior. Teorema da divergência.
23. Conclusão da matéria anterior. Exemplos. Tornar a mencionar brevemente o teorema de Green.
24. Interpretação geométrica e física da divergência. Fluxos de campos vectoriais através de superfícies orientáveis em $\mathbb{R}^3$. Lei de Gauss.
25. Teorema de Stokes em $\mathbb{R}^3$. Interpretação geométrica e física do rotacional. Exemplos.
26. Conclusão da matéria anterior.
27. Propriedades da divergência, rotacional e gradiente.
VI. Integrais Múltiplos - (conclusão)
28. Recordar brevemente noção de função limite superior e de função integrável. Problema do cálculo de integrais de funções ilimitadas e/ou de integrais em regiões ilimitadas. Teorema da convergência monótona de Levi. Aplicações incluindo funções potência.
29. Teorema da convergência dominada de Lebesgue. Aplicações incluindo a função Gama.
30. Conclusão da matéria anterior.
31. Continuidade de funções definidas por integrais. Derivação de funções definidas por integrais. Regra de Leinbniz. Exemplos.
32. Funções mensuráveis e conjuntos mensuráveis. Aplicação ao estudo de integrabilidade de funções.
33. Teorema de Tonelli. Exemplos de aplicação.
VII. Aplicações
34. Potenciais vectoriais para campos solenóidais em conjuntos em estrela em $\mathbb{R}^3$. Exemplo de campo solenoidal sem potencial vectorial: campo gravitacional de uma massa pontual. Teorema de Helmoltz.
35. Conclusão da matéria anterior. Equações de Maxwell de electromagnetismo.

Bibliografia
[A1] - T.M.Apostol, "Calculus II", John Wiley, 1967. (Existe uma edição em língua Espanhola.)
[A2] - T.M.Apostol, "Mathematical Analysis", Addison-Wesley, 1974.
[CF] - J.C.Ferreira, "Introdução à Análise em $\mathbf{R}^n$, AEIST.
[F] - W.Fleming,"Functions of Several Variables", Springer-Verlag, 1977.
[M1] - L.Magalhães, "Integrais Múltiplos", Texto Ed., 2ª Edição, 1996.
[M2] - L.Magalhães, "Integrais em Variedades e Aplicações", Texto Ed., 1993.
[M3] - L.Magalhães, "Complementos de Cálculo Diferencial", AEIST, 1984.
[S] - M.Spivak, "Calculus on Manifolds", Benjamin, 1965.

As referências principais são [M1], [M2] e [M3]. O livro [A1] é uma excelente referência e contém muitos exercícios úteis.

Avaliação
A nota final da cadeira é um inteiro de 0 a 20. Um aluno fica aprovado se a sua nota final for maior ou igual a 10. A nota final é calculada a partir da nota das provas escritas (**NE**) e da nota da avaliação contínua (**NC**) de acordo com a seguinte tabela:

NE	NC 1	NC 2	NC 3	NC 4
8	8	8	9	10
9	9	9	10	11
10	9	10	11	12
11	10	11	12	13
12	11	12	13	14
13	12	13	14	14
14	13	14	14	15
15	15	15	15	16
16	16	16	16	17
17	17	17	17	Oral
18	Oral	Oral	Oral	Oral
19	Oral	Oral	Oral	Oral
20	Oral	Oral	Oral	Oral

Se a indicação na tabela anterior for *Oral*, o aluno deverá apresentar-se a uma prova oral a combinar com o responsável da cadeira. Se decidir não o fazer, a sua nota final será de 17 valores. Se **NE**$\leq$ 7 o aluno será reprovado.

Provas escritas
Há dois exames finais com a duração de 3 horas (um em cada época de exames) e dois testes com a duração de 1 hora e meia. O primeiro teste é no **Sábado, dia 11 de Novembro** e avalia a primeira metade da matéria. O segundo teste é na data do primeiro exame e avalia a segunda parte da matéria.

Os alunos podem escolher ser avaliados por via dos testes ou exames, mas para obter aprovação na cadeira pela via dos testes é necessário ter nota **maior ou igual que 7 em ambos os testes**.

Todas as provas escritas são classificadas por um inteiro de 0 a 20. Para quem opta pela via de exame, a nota final das provas escritas **NE** é a nota do exame. Para quem opta pela via de testes, **NE** é a média aritmética arredondada das notas dos dois testes.

Avaliação contínua
A nota de avaliação contínua (**NC**) é um inteiro de 1 a 4 atribuído pelo docente das aulas práticas com base nas notas obtidas nos **exercícios-teste** assim como no trabalho do aluno nas aulas práticas.

Em cada semana será posto na página web pelo menos um **exercício-tipo resolvido** sobre a matéria dessa semana assim como um **exercício-teste** a entregar por cada aluno na aula prática da semana seguinte. Este exercício será semelhante ao exercício tipo e será indicado na primeira aula teórica da semana assim com afixado na página web da cadeira.

Em cada semana, o docente das aulas práticas sorteará dez alunos de cada turma a quem será corrigido o exercício-teste. (O docente poderá alterar o sorteio de modo a que a cada aluno sejam corrigidos os exercícios mais ou menos o mesmo número de vezes.) **Estes alunos deverão estar preparados para discutir na semana seguinte com o docente a resolução que apresentaram.** O docente tomará nota semanalmente de quem entregou ou não a resolução do exercício-teste bem como do resultado da correção (a entregar uma semana depois) e discussão do exercício dos alunos sorteados em cada semana.

Não serão aceites resoluções do exercício-teste após a aula prática. A resolução do exercício-teste estará disponível na web page após a última aula prática da semana. Todos estes prazos poderão ser ligeiramente alterados pontualmente devido a causas imprevistas (feriados, atrasos na matéria, etc.).

Haverá também uma lista de exercícios indicados aos alunos em cada semana. Estes exercícios são para serem resolvidos na aula prática e no estudo fora das aulas. Os alunos trabalharão em grupos de 4 (ou 3 para acertar), constituídos consoante a preferência dos próprios alunos. Durante as aulas práticas os membros de cada grupo devem resolver os exercícios e discuti-los livremente entre si.

O docente das aulas práticas deverá ao longo do semestre ir informando os alunos acerca do seu trabalho, guiando os alunos e encorajando melhorias no seu estudo.

O docente das aulas práticas manterá fichas para cada turma, com o nome, número e fotografia (fotocópia a preto e branco serve) dos alunos e onde registará semanalmente os resultados da sua avaliação.

Horário de dúvidas

Os alunos podem consultar os horários de dúvidas de todos os docentes da cadeira. Estes serão afixados na vitrina da cadeira no fim da primeira semana de aulas.
As aulas de dúvidas realizam-se na sala de dúvidas do Dep. de Matemática, no piso -2 do Edifício de Pós-Graduação. Os docentes estarão presentes na primeira meia-hora de cada aula de dúvidas, após a qual poderão abandonar a sala caso não estejam alunos presentes.