

Cálculo Diferencial e Integral II
Todos os cursos excepto MEBiom, MEFT, LMAC
Teste 1 - 19 de Abril de 2008 - 9h - Versão 1
Duração: 90 minutos

Apresente e justifique todos os cálculos

- (3 val.) 1. Calcule ou mostre que não existe

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x^2 - y^3}{x^3 + 3y^2}.$$

- (3 val.) 2. Seja $h : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ uma função de classe C^1 tal que $\nabla h(e, 0, 1) = (2, 0, 1)$ e seja

$$g(x, y) = (e^{x+y}, x^2y, \cos(xy)).$$

Calcule a derivada de $h \circ g$ no ponto $(1, 0)$ segundo o vector $v = (1, 1)$.

- (3 val.) 3. Determine e classifique os pontos de estacionaridade da função $f(x, y) = x^3 - y^2 + xy$.

4. Considere a variedade $E \subset \mathbb{R}^3$ definida por

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 4y^2 + 3z^2 - 8 = 0\}.$$

- (3 val.) a) Determine o espaço tangente a E no ponto $(1, 1, 1)$.

- (3 val.) b) Justifique que, numa vizinhança do ponto $(1, 1, 1) \in E$, é possível descrever E como o gráfico de uma função de classe C^1 da forma $y = \phi(x, z)$. Calcule $D\phi(1, 1)$.

- (2 val.) 5. De todas as latas cilíndricas (com fundo e com tampa) com volume $1m^3$, determine a que tem área mínima.

- (3 val.) 6. Demonstre o Teorema da Função Inversa a partir do Teorema da Função Implícita.