Análise Matemática III
$1^{\underline{o}}$ semestre de 2001/02

Episódio 7

Há muitos muitos anos, numa galáxia muito muito longe, Luke Gaudêncio estudava as artes Jedi com o Mestre Yoda. Depois de vários testes de destreza física e mental (que incluiram o cálculo de integrais iterados em 11 variáveis), o Mestre Yoda, dirigindo-se a Luke, perguntou

— Luke, a **Força** sentes ?

Luke concentrou-se e escreveu a seguinte expressão no seu bloco de notas Jedi

$$F(x,y,z) = e^{-\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\,\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\,(x,y,z).$$

Dirigindo-se de novo a Luke, Mestre Yoda perguntou

— Conservativa a **Força** é ?

Quando Luke se preparava para responder, Yoda interrompeu-o

— Próximo o Darth Gaudêncio está. A perturbação na **Força** sentes ?

Luke concentrou-se e desta vez escreveu

$$F_D(x,y,z) = e^{-\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\,\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\,(x,y,z) + \frac{1}{(x-10^7)^2+y^2}\,(-y, x-10^7, 0)$$

Quando olhou de novo para o Mestre, este perguntou-lhe

— E agora, Luke, conservativa a **Força** é ?

(a) Responda à primeira pergunta de Yoda. Ou seja, determine se a **Força** na ausência de Darth Gaudêncio (o campo $F(x,y,z)$) é um gradiente. Se for, calcule um potencial.

(b) Responda à terceira pergunta de Yoda. Ou seja, determine se a **Força** na presença de Darth Gaudêncio (o campo $F_D(x,y,z)$) é um gradiente. Se for, calcule um potencial.