

Análise Matemática III
1º semestre de 2001/02
(a entregar na semana de 15/10/01)

Exercício Teste 4

Jack Gaudêncio é sobrinho do senhor Gaudêncio do exercício 2, trabalha num Dunkin' Donuts na Ferry Street, em Newark, e é um apaixonado por física. Um dia, enquanto estudava para a cadeira de Physics 331, Jack resolveu calcular o momento de inércia I_L de um dos seus donuts preferidos em relação a um eixo natural de simetria L . Após observação atenta à saída do forno, concluiu que o donut tem a forma do seguinte subconjunto de $\mathbb{R}^3$

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (\sqrt{x^2 + y^2} - 3)^2 + z^2 \leq 1\},$$

sendo L o eixo Oz . Atendendo à composição peculiar do donut, que envolve vários tipos de recheio e cobertura, Jack determinou que a função densidade de massa de D é dada por $\sigma(x, y, z) = \sqrt{1 - (\sqrt{x^2 + y^2} - 3)^2}$. Determine o valor do momento de inércia I_L que Jack deveria ter obtido.