Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

ANÁLISE MATEMÁTICA III

PARA OS CURSOS LEAN, LEC, LEGMIN, LEIC, LEM, LEMAT, LET

TESTE DE RECUPERAÇÃO 2
9 DE JANEIRO DE 2004

apresente e justifique todos os cálculos

duração: hora e meia (9:00-10:30)

(1) Considere a superfície

$$M = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ z = x^3 + y^3 \ ; \ 0 < x < 2 \ ; \ 0 < y < 2x\right\}.$$

(3 val.) (a) Calcule a massa de M sabendo que a densidade de massa é dada por

$$\sigma(x,y,z) = \frac{xy}{\sqrt{1+9(x^2+y^2)}}.$$

(3 val.) (b) Determine o espaço tangente e o espaço normal a M no ponto $(1,1,2)$.

(2 val.) (c) Diga se é ou não possível parametrizar uma vizinhança de M contendo o ponto $(1,1,2)$ escrevendo y com função de x e z.

(5 val.) (2) Calcule o fluxo do campo

$$F(x,y,z) = (x^2, e^{x^2+z^2}, \cos y + \operatorname{sen} x)$$

através da superfície

$$S = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ y^2 + z^2 = x^2 + 1 \ ; \ 0 < x < 2\right\},$$

no sentido da normal unitária cuja primeira componente é positiva.

(4 val.) (3) Utilizando o Teorema de Stokes, calcule o trabalho do campo

$$H(x,y,z) = (\operatorname{sen} z + e^{x+z}, xz + y^3, e^y \cos x)$$

ao longo da circunferência C dada pelas equações $x^2+y^2=1$ e $z=1$, percorrida no sentido horário quando vista por um observador colocado no ponto $(0,0,5)$.

(3 val.) (4) Determine se o seguinte limite existe ou não e, em caso afirmativo, calcule-o:

$$\lim_{k \to +\infty} \int_0^{+\infty} \frac{e^{-tk}}{\sqrt{t}}\, dt.$$