Análise Matemática IV
1º Teste

6 de Maio de 2000

Engenharia Electrotécnica ramo de Telecomunicações

Apresente todos os cálculos e justificações relevantes

(4,0) 1. Considere a equação diferencial

$$y' = 2ty + e^{-t^2}.$$

Determine a solução geral desta equação.

(4,0) 2. Determine a solução do problema

$$\begin{cases} y''' + 2y'' + y' = e^{-t}, \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 0, \\ y''(0) = 1. \end{cases}$$

(4,0) 3. Considere o sistema

$$\begin{cases} u' = u + 2v + w \\ v' = 2u + v \\ w' = w \end{cases}$$

Determine a sua solução geral.

4. Considere uma equação diferencial da forma $M(x,y) + N(x,y)y' = 0$.

(2,0) (a) Determine em que circunstâncias uma tal equação diferencial possui um factor integrante só dependente do produto xy.

(2,0) (b) Aproveite o resultado anterior para determinar uma solução de

$$\begin{cases} y - \frac{y^2}{x} + (x+y)y' = 0, \\ y(1) = 1. \end{cases}$$

(4,0) 5. Considere o sistema diferencial não linear

$$\begin{cases} u' = u(u-1) + v^2 \\ v' = (u+1)v \end{cases}$$

Determine os respectivos pontos de equilíbrio e por linearização classifique-os quanto a estabilidade. Esboce o espaço de fase em vizinhanças de cada um daqueles pontos.