

## Análise Matemática IV 1º Teste

6 de Maio de 2000

Engenharia Electrotécnica ramo de Telecomunicações

**Apresente todos os cálculos e justificações relevantes**

(4,0)

1. Considere a equação diferencial

$$y' = 2ty + e^{-t^2}.$$

Determine a solução geral desta equação.

(4,0)

2. Determine a solução do problema

$$\begin{cases} y''' + 2y'' + y' = e^{-t}, \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 0, \\ y''(0) = 1. \end{cases}$$

(4,0)

3. Considere o sistema

$$\begin{cases} u' = u + 2v + w \\ v' = 2u + v \\ w' = w \end{cases}$$

Determine a sua solução geral.

4. Considere uma equação diferencial da forma  $M(x, y) + N(x, y)y' = 0$ .

(2,0)

- Determine em que circunstâncias uma tal equação diferencial possui um factor integrante só dependente do produto  $xy$ .

(2,0)

- Aproveite o resultado anterior para determinar uma solução de

$$\begin{cases} y - \frac{y^2}{x} + (x + y)y' = 0, \\ y(1) = 1. \end{cases}$$

(4,0)

5. Considere o sistema diferencial não linear

$$\begin{cases} u' = u(u - 1) + v^2 \\ v' = (u + 1)v \end{cases}$$

Determine os respectivos pontos de equilíbrio e por linearização classifique-os quanto a estabilidade. Esboce o espaço de fase em vizinhanças de cada um daqueles pontos.