

# Programa de Análise Matemática III

Licenciatura em Engenharia Física Tecnológica  
Licenciatura em Matemática Aplicada e Computação

1º semestre 1999/2000

**Objectivos** O cálculo integral de funções de mais de uma variável real tendo em vista a formulação das equações clássicas da Mecânica e Electromagnetismo.

- Programa**
1. Complementos e revisões de cálculo diferencial de funções de  $\mathbb{R}^n$  em  $\mathbb{R}^m$ : funções de classe  $C^k$ , condições suficientes para igualdade de derivadas cruzadas, aplicação ao estabelecimento de uma condição necessária para um campo ser gradiente (campo fechado), fórmula de Taylor e aplicação ao estudo de condições de caracterização de extremos em pontos interiores.
  2. Linhas e integrais de linha: comprimento de uma curva, integral relativo ao comprimento de arco, integral de linha, teoremas fundamentais do cálculo, potenciais escalares, aplicação ao princípio de conservação da energia mecânica, relação entre campos gradiente e campos conservativos, condições suficientes sobre o domínio de um campo fechado para ser gradiente.
  3. Integrais múltiplos: definição de integral de Riemann, propriedades elementares, teorema de Fubini e caracterização das funções integráveis à Riemann; funções integráveis à Lebesgue, os teoremas da convergência monótona e da convergência dominada, exemplos de integrais de funções ilimitadas e em regiões ilimitadas, permutação de integrais e limites, aplicações à integração de funções definidas por séries e à continuidade e diferenciabilidade de integrais paramétricos, medida e funções mensuráveis, mudança de variáveis, os teoremas de Fubini e Tonelli, aplicações ao cálculo de grandezas físicas (volume, momentos, etc.).
  4. O lema do ponto fixo na solução de sistema não lineares por linearização e iterações sucessivas, o teoremas da função inversa<sup>1</sup> e o teorema da função implícita. Introdução às variedades diferenciais, caracterizações equivalentes de variedade diferenciável, espaço tangente e normal e aplicação ao estudo de extremos condicionados pelo método dos multiplicadores de Lagrange.
  5. Integrais de campos escalares sobre variedades. Fluxos de campos vectoriais. Teorema da divergência, teorema de Stokes. Aplicações

---

<sup>1</sup>O teorema da função inversa é admitido ao lidar com a fórmula de mudança de variáveis na integração

dos teoremas da divergência e de Stokes (significado físico dos operadores divergência e rotacional, leis de conservação em forma integral e diferencial, equações de Laplace e de Poisson, potenciais vectoriais, campo electromagnético, reanálise das condições suficientes para um campo fechado ser gradiente.).

**Textos Base** [Mag93, Mag96]. A exposição seguirá, no essencial, parte destes textos.

**Textos Complementares** [Spi65, Agu73, Gir96, Apo69, Apo74]. Alguns destes textos serão utilizados como fonte de problemas para as aulas práticas, outros podem ser usados como texto alternativo aos textos base, outros ainda serão seguidos para tópicos relativamente pouco extensos.

## Referências

- [Agu73] F. Dias Agudo. *Lições de Análise Infinitesimal*, volume II. Cálculo integral em  $\mathbb{R}^n$ . Escolar Editora, Lisboa, 1973.
- [Apo69] Tom M. Apostol. *Calculus*, volume II. John Wiley, New York, 1969.
- [Apo74] Tom M. Apostol. *Mathematical Analysis*. Addison-Wesley, New York, 1974.
- [Gir96] Pedro Girão. *Resoluções de Exames de Análise Matemática III*. IST, 1996.
- [Mag93] Luís Magalhães. *Integração em Variedades e Aplicações*. Texto Editora, Lisboa, 1993.
- [Mag96] Luís Magalhães. *Integrais Múltiplos*. Texto Editora, Lisboa, segunda edição, 1996.
- [Spi65] M. Spivak. *Calculus on Manifolds*. W. A. Benjamin, New York, 1965.