Transformações integrais e distribuições

Objectivos. O principal objectivo deste curso é o de generalizar as noções de função e de derivada, tendo em conta nesse processo a utilidade destas extensões para as aplicações, nomeadamente para o estudo de equações diferenciais parciais.

Tópicos:

Revisão breve das noções de integrabilidade relativamente a uma medida μ, e da construção da medida de Lebesgue. Espaços $L^p(\mu)$: definição e primeiras propriedades. Propriedades gerais: densidade de C_c^∞ em L^p, convoluções e aproximações da identidade. Dualidade, Convergência fraca e compacidade fraca.

Espaços de funções e espaços de distribuições.

Distribuições de ordem localmente finita e finita. Distribuições: produto , derivação, transposição. Estrutura local e global. Suporte e convolução. Regularização; Densidade de C^∞ em $\mathcal{D}'$. Medidas de Radon e C_c'. Teorema de estrutura de distribuições. Distribuições com suporte num ponto e divisão. Produto tensorial e convolução.

Transformada de Fourier no espaço de Schwartz: propriedades formais. O teorema de inversão e o Teorema de Plancherel. Convolução. Lema de Riemann Lebesgue. Espaços de Sobolev H^s. Aplicações a equações elípticas.

Fórmula da soma de Poisson; teorema de Shannon-Nyquist. Séries de Fourier. Convergência em l^2; decaimento dos coeficientes de Fourier; médias de Cesàro; teste de Dini.